

F 263

50514

XX. évfolyam.

1944.

1. füzet.

GEODÉZIAI KÖZLÖNY

A kiadásért felelős: OLTAY KÁROLY	Főmunkatárs: Dr. HAZAY ISTVÁN
Előfizetési ára: egész évre 24 P, félévre 12 P, negyedévre 6 P. A szerkesztőség címe: Budapest, XI., Műegyetem. Postatakarékpénztári csekk számla száma: 45.223.	

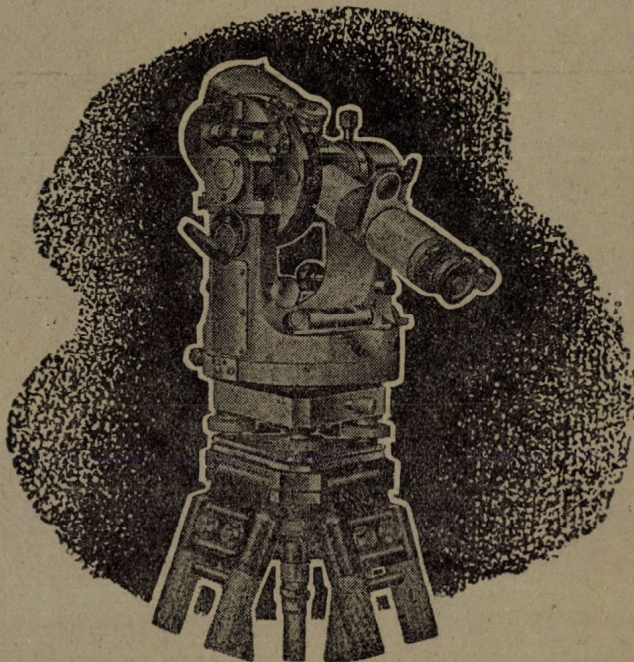
TARTALOM:

<i>Dr. Rédey István:</i> Dr. Bárány Eötvös Lóránd munkásságának geodéziai jelentősége	1
<i>Homoródi Lajos:</i> A lécekkel végzett szabatos hossz mérés hibaforrásai	6
<i>Szemle: Kürti Vilmos,</i> Új teodolit elsőrendű észlelésekre	40



Kérjük előfizetőinket, hogy a hátralékos díjakat a mellékelt csekklapon beküldeni sziveskedjenek.

A Közlönyt illető minden közlés és reklamáció a szerkesztőség címére küldendő.
Kéziratokat nem őrzünk meg.



Egyszerű kezelés.
Gyors és pontos leolvasás.
Célszerű, tömör és tetszelős kivitel.
Könnyű súly.

Ezek lényegesebb tulajdonságai a

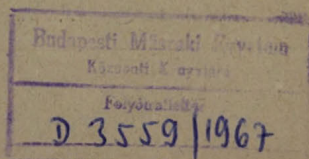
ZEISS

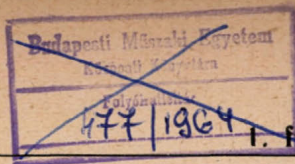
MÉRNOKI MŰSZEREKNEK.

CARL ZEISS, JENA

Magyarországi vezérképviselőt:

RAD MIKLÓS Budapest, VI., Andrássy-út 52. T.: 116-640.





GEODÉZIAI KÖZLÖNY

A kiadásért felelős: OLTAY KÁROLY	Főmunkatárs: Dr. HAZAY ISTVÁN
---	---

A szerkesztőség címe: Budapest, XI. Műegyetem.

Előfizetési ár: egész évre 24 pengő, félévre 12 pengő, negyed évre 6 pengő.	Megjelenik évente négyszer, összesen legalább 12 iv terjedelemben.
--	---

Dr. Báró Eötvös Lóránd munkásságának geodéziai jelentősége.

Dr. Rédey István.



1944 április 8-án lesz 25 esztendeje annak, hogy a magyar tudományos világ egyik legkimagaslóbb egyénisége, báró Eötvös Lóránd, a budapesti tudományegyetem nagynevű fizika tanára, elköltözött az élők sorából. Szebb, nemesebb és értékebb virágokat nem helyezhetünk ezen az évfordulón eltávozott tudósunk sírjára azoknál a virágoknál, amelyek éppen az Ő rendkívüli munkásságát jelentik a tudomány mezején. Kegyeletes megemlékezésésként a következőkben közölni fogjuk báró Eötvös Lóránd munkásságának a geodéziára vonatkozó részét.

* * *

Báró Eötvös Lóránd 1848 július 27-én született Budán. Édesapja *báró Eötvös József* az első magyar vallás- és közoktatásügyi miniszter és nagynevű író, édesanyja *Rosty Ágnes*. Középiskoláit Budapesten a piaristák gimnáziumában végezte. Egyetemi tanulmányait szintén Budapesten kezdette, majd Königsbergben, illetőleg Heidelbergben folytatta, ahol *Bunsen*, *Helmholtz* és *Kirchhof* neves fizikusoknak volt a tanítványa. Az itt végzett tanulmányainak elismerése volt a Heidelbergben megszerzett doktori oklevél.

Külföldről való visszatérése után 1871-ben a budapesti tudományegyetem magántanára, majd az elméleti fizika helyettes, 1872-ben pedig rendes tanára lett. A Magyar Tudományos Akadémia 1873-ban levelező tagjául választotta. 1875-ben, amidőn *Jedlik Ányos* nyugalomba vonult, átvette a kísérleti fizikai tanszéket s ezt hosszabb-rövidebb megszakításokkal mintegy negyven esztendőn át vezette.

1876-ban feleségül vette az első magyar igazságügyminiszternek, *Horváth Boldizsárnak* a leányát, *Gizellát*. Házasságából két leánya született.

1880-ban a Kir. Magy. Természettudományi Társulat alelnökének választotta. 1883-ban a Magyar Tudományos Akadémia rendes tagja, majd 1889-ben az akadémia elnöke lett. Erről a tisztségéről csak 1905-ben mondott le, mikor is a tudományos kutatás már az egész idejét lefoglalta. 1891-ben megalapította a Matematikai és Fizikai Társulatot, mely elismeréseként első elnökének báró Eötvös Lórándot választotta.

1894 június 10-től 1895 január hó 15-ig vallás- és közoktatásügyi

miniszter volt *Wekerle Sándor* kormányában s ezidőben képviselői mandátumot is vállalt. A tudományos működés kedvéért azonban csakhamar megvált a politikai élettől és visszatért az egyetemi katedrához. Erre az időre esik az édesapjáról elnevezett Báró Eötvös József Kollégium alapítása. Báró Eötvös Lóránd 1896-ban elvállalta eme intézmény kurátori tisztségét, s amidőn 1899-ben az ő javaslatára az intézmény új szervezetet kapott, Eötvös lett a kollégium ügyeit vezető tanács elnöke.

1897-ben a Magyar Tudományos Akadémia a nagy díjjal tüntette ki.

A századfordulón már javában végezte az Eötvös-műszerrel való kísérleteket. Az első részletesebb gyakorlati felvételt 1901-ben végezte a befagyott Balaton jegén. Ezen a helyen meg kell emlékeznünk arról, hogy Eötvös kutatásait és felvételeit a Magyar Tudományos Akadémia és különösen pedig *dr. Semsey Andor* bőkezű támogatása tette ezidőben lehetővé.

Kiváló munkásságának elismeréseként 1904-ben belső titkos tanácsos lett, majd 1907-ben megkapta a „Művészetért és tudományért” (*Pro litteris et artibus*) díszjelvényt.

1906-ban az „Internationale Erdmessung” budapesti kongresszusán ismertette kutatásának geodéziai és geofizikai részét. A kongresszus átérzve Eötvös kutatásainak jelentőségét és fontosságát, előterjesztéssel fordult a magyar kormányhoz, hogy támogassa ezeket a kutatásokat. Ettől kezdve a m. kir. kormány támogatásban részesítette Eötvös kutatásait s ezzel megvetette az alapját a „Bárá Eötvös Lóránd Geofizikai Intézet”-nek. Mint a Nemzetközi Földmérés magyar bizottságának tagja, a hamburgi és cambridgei üléseken is tartott bárá Eötvös Lóránd tudományos előadásokat.

1911-ben a Természettudományi Társulat a Szily éremmel tüntette ki.

Tudományos működése mellett kiváló turista is volt. A Magyar Turista Egyesület elnökének választotta s Eötvös ezt a tisztségét is több éven át megtartotta.

A külföldi tudományos világ ugyancsak meghajtotta az elismerés zászlaját hazánk kiváló fizikusa előtt. Megkapta a francia becsületrend lovagkeresztjét, a Porosz Tudományos Akadémia kültagjává választotta, a krakkói és a krisztíliaiai egyetemek pedig tiszteletbeli doktorrá avatták. Megkapta a Ferenc József rend nagykeresztjét és tagja volt a főrendiháznak is.

Bárá Eötvös Lóránd 1919 április hó 8-án halt meg. 1919 április 11-én temették el hazánk legnagyobb természettudósát a Magyar Nemzeti Múzeum oszlopcsarnokából.

* * *

Bárá Eötvös Lóránd tudományos működésének eredményességét igen találóan jellemezte *dr. Pekár Dezső*: Vele beteljesedett az, amit még évtizedekkel ezelőtt a Magyar Tudományos Akadémia egyik közgyűlésén elnöki megnyitójában a tudományok művelőinek buzdítólag mondott: „Igazán diadalünnep akkor lesz, amikor a magyar tudomány haladását meg fogja látni és gazdagodásnak fogja tekinteni az egész világ!”

Eötvös főként három tudományos kérdéssel foglalkozott, a folyadékok felületi feszültségével, a nehézségi erővel és a földmágnességgel.

Munkásságának elején Eötvös a kapillaritás, a folyadékok felületén

működő erők titkait kutatta. A kapillaritással kapcsolatos jelenségek egy-
ségeken egy, a folyadékok felületében működő olyan erővel magyaráz-
hatók, mely a felületet kisebbiteni törekszik. Ezen erő mértéke az anyag-
nak jellemző állandója, a hőmérséklettől is függő felületi feszültség. Az
Eötvös-féle reflexiós módszerrel zárt üvegcsőben a folyadékok felületi fe-
szültségét biztos és határozott módon lehet megkapni. Eötvös vezette le
azt a fontos összefüggést, mely a folyadékok különböző hőmérsékleteken
mért felületi feszültsége és azok molekulásúlya között megállapítható.
Ezen az alapon a felületi feszültségből a folyadékok molekulásúlyát meg-
tudjuk állapítani. Ezt az összefüggést a tudományos világ *Eötvös-féle*
törvény-nek nevezi.

A századforduló felé haladva Eötvös munkásságát mind jobban és
jobban a nehézségi erőre vonatkozó kutatások foglalják le. Ennek az erő-
nek a változását a Coulomb-féle torziós ingával akarja mérni. Ebből a
célból részletesen kidolgozza ennek a műszernek az elméletét és a gyá-
korlati mérések céljaira ebből az egyszerű műszerből egy olyan készü-
léket szerkeszt, amely olyan nagy pontossággal méri a nehézségi erő vál-
tozásait, amilyen pontosságra Eötvös előtt még csak gondolni sem lehetett.
Ez az Eötvös-műszer a felső geodéziai kutatásoknak egy egészen új fe-
jezetét nyitotta meg. *Helmert*, a németek legnevesebb felsőgeodétája, a
pótsdani geodéziai intézet vezetője, erről a műszerről úgy nyilatkozott,
hogy a felső geodézia két legcsodálatosabb műszere a libella és az Eötvös-
műszer.

A felső geodézia és a geofizika kutatói azzal fejezték ki elismerésü-
ket Eötvösnek a nehézségi erőre vonatkozó munkásságával szemben,
hogy a nehézség változásának az Eötvös-műszerrel mérhető egységét
Eötvös-nek nevezték el s azt Eötvös nevének kezdőbetűjével az *E* betűvel
jelölik.

Ezt a műszert használta fel Eötvös arra is, hogy vele a tömegvon-
zási állandó értékét meghatározza, illetőleg, hogy kimutassa azt, hogy
az egyes testek tömegvonzása független a testek anyagi minőségétől.
Ennek bebizonyítására a göttingeni egyetem nemzetközi pályázatot hir-
detett s ennek első díját Eötvös és munkatársai nyerték el.

A nehézségi erőre vonatkozó kutatásokban és a gyakorlati mérések
végrehajtásában Eötvös legfőbb munkatársai *Fekete Jenő*, *Oltay Károly*
és *Pekár Dezső* voltak.

A tudományos geodéziára nézve igen fontos megállapítás volt az,
amidőn Eötvös elméletileg és gyakorlatilag is igazolta azt, hogy a testek
nehézsége, illetőleg súlya megváltozik akkor, ha a test mozog. És pedig
a keleti irányban mozgó testek könnyebbek, a nyugati irányban mozgó
testek pedig nehezebbek lesznek. Ez a megállapítás különös fontosságot
nyert akkor, amidőn *Hecker* mozgó hajókon az óceánon végzett nehé-
zségi méréseket. Eötvös eme megállapítását eleinte kételkedve fogadták,
de azután egy külön ebből a célból kiküldött expedíció teljes mértékben
igazolta Eötvös megállapításának helyességét.

Az a harmadik tudománykör, amellyel Eötvös a legtöbbet foglalko-
zott a földmágnesség vizsgálata volt. Ezeket a jelenségeket lényegében
hasonló módon tanulmányozta, mint a nehézségi erőt s e célra szerkeszt-
ett műszerével a földmágneses erő térbeli változásait kutatta.

A legfontosabb irodalmi adatok ismertetése után a következőkben részletesebben meg fogunk emlékezni dr. bárá Eötvös Lóránd geodéziai kutatásainak eredményeiről.

* * *

Dr. bárá Eötvös Lóránd fontosabb tudományos dolgozatai.

A Természettudományi Közlönyben megjelent dolgozatok:

- Doppler elve és alkalmazása a hang- és fénytanban (1871).
Az északi fény szinképéről (1871).
A fluorescentia tanának egy törvényéről (1871).
Indítvány országos érdekű kutatások eszközzésére vonatkozólag (1871).
A rezgési elméletből következő távhatás törvényéről (1871).
Van-e a Holdnak befolyása az időjárásra? (1872).
Újabb Bunsen-féle galvánelemekről (1872).
A víz színéről és a vízi növényekről (1872).
A víz színéről (1872).
A chlorophyll természettani szempontból (1872).
A Nap physikai alkatáról (1872).
Fényiró sugarak elnyeletése a Nap légkörében (1873).
Fénymérő a relief érzetre alapítva (1873).
A fény kettős törése (1873).
A folyadékok összetartása (1873).
Légszivattyú, mely a hidralikus lökésen alapszik (1873).
A villany-szíkra némely hatásairól (1873).
A capillaritás elméletéről (1873).
A cseppekről (1881).
A folyadékok felületi feszültségének összefüggése a kritikus hőmérséklettel (1885).
A folyadék feszültsége és chemiai alkata közötti összefüggésről (1886).
Jelentés a fizikai kísérletek pályázatára beérkezett munkáról (1890).
A Föld vonzásáról a különböző testekre (1890).
A nagy legési idők méréséről (1890).
Az akadémia közgyűlését megnyitó beszéd (1889—1890).
Az akadémia munkásságáról (1891).
Az egyetem feladatáról (1891).
A folyadékhártyák feszültségének mérése (1892).
A fizika tanítása az egyetemen (1892).
Kísérletek az elektromótoros erő és az ellenállás abszolút meghatározására, a földi tárgyak tömegvonzásának kimutatására (1893).
Vizsgálatok a gravitációra és a mágnességre vonatkozólag (1896).
Jedlik Ányos emlékezete (1897).
A haladtató mágneserőről (1899).
A tudományos akadémiaák létjoga (1899).
A mágneses inklinációról a mult időkben (1900).
A Föld alakjának kérdése (1901).
A nehézségről és a földi mágneses erőről (1903).
Geofizikai kutatásaim céljáról, módjáról és némely eredményéről (1914).
Változhatatlan mértékegységek (1903).

Az Akadémiai Értesítőben megjelent dolgozatok:

- A rezgési elméletből következő távolbani hatás törvényéről.
- A rezgések intenzitása.
- A folyadékok felületi feszültségének összefüggéséről a kritikus hőmérséklettel.
- Vizsgálatok a gravitatio jelenségeinek körében.
- Jelentés a Szent Gellérthegy vonzóerejére vonatkozólag.
- Akadémiai elnöki székfoglaló beszéd (1890).
- A Föld vonzása különböző anyagokra.
- Nagy lengés-idők méréséről.

Egyebükt megjelent dolgozatok:

- Új módszer a capillaritás jelenségeinek vizsgálatára. (Műegyetemi Lapok.)
- A folyadékok felületi feszültségének összefüggése a kritikus hőmérséklettel. (Math. és Természettud. Értesítő.)
- A folyadékok felületi feszültsége és vegyi alkata közt fennálló kapcsolat-ról. (Math. és Természettud. Értesítő.)
- Über den Zusammenhang der Oberflächenspannung der Flüssigkeiten mit ihrem Molecularvolum (Wiedemann, Annal. d. Phys. und Chemie).
- A földi gravitációról. (Math. és phys. lapok.)
- Megjegyzések a Wiener-féle kísérletek magyarázatához. (Math. és phys. lapok.)
- A folyadékhearták feszültségének méréséről. (Math. és phys. lapok.)
- A rezgési elméletből következő hatás törvényéről. (Akad. érték.)
- A rezgések intenzitása, tekintettel a rezgési forrásnak és az észlelőnek mozgására. (Akad. érték.)
- A távolba hatás kérdéséről. (M. Tud. Ak. évk.)
- Vizsgálatok a gravitatio és mágnesség köréből. (Math. és Természettud. Értesítő.)
- Untersuchungen über Gravitation und Erdmagnetismus (Wiedemann, Annalen d. Phys. u. Chemie).
- Etudes sur les surfaces de niveau. (Congr. int. de Physique, 1900.)
- A Balaton nivófelülete s azon a nehézség változásai. (Budapest, 1908.)
- Bestimmung der Gradienten der Schwerkraft und ihrer Niveauflächen mit Hilfe der Drehwage. (Abh. der XV. Allg. Konf. der int. Erdmessung in Budapest, 1906.)
- Über geodätische Arbeiten in Ungarn, und besonders Beobachtungen mit der Drehwage. (Abh. der XVI. Allg. Konf. der int. Erdmessung.)

Azon fontosabb magyar és német nyelven irt munkák felsorolása, amelynek bárány Eötvös Lőránd fent felsorolt eredeti művein kívül, a jelen sorok forrásmunkái voltak:

- E. A. Ansel: Theorie der gravimetrischen Aufschlussmethoden. Berlin, 1931.
- Fekete Jenő: Az Eötvös-féle torziós inga és alkalmazása a geofizikában, Budapest, 1942.
- H. Haalck: Lehrbuch der angewandten Geophysik. Berlin, 1943.
- A. Haas: Einführung in die theoretische Physik. Leipzig, 1930.
- W. Heiskanen: Beobachtung der Schwerkraft. Berlin, 1936.
- F. Hopfner: Die Figur der Erde. Wien, 1927.
- F. Hopfner: Figur der Erde, Dichte und Druck im Erdinnern. Berlin, 1931.
- F. Hopfner: Physikalische Geodäsie. Leipzig, 1933.

- W. Jordan—O. Eggert: Handbuch der Vermessungskunde. III. kötet, 2 félkötet. Stuttgart, 1941.
- K. Jung: Gravimetrische Methoden der angewandten Geophysik. Leipzig, 1930.
- Oltay Károly: Die Genauigkeit der Lothabweichungsbestimmungen mit der Eötvös'schen Drehwage. Budapest, 1927.
- Oltay Károly: Die Genauigkeit der mit Eötvös'schen Drehwage durchgeführten relativen Schwerkraftmessungen. Budapest, 1928.
- Oltay Károly: Tudományos geodézia. Technikai fejlődésünk története. Budapest, 1928.
- Oltay Károly: A Magyar Geodéziai Intézet működése megalakulásától 1930-ig. Budapest, 1931.
- Pekár Dezső: Bárány Eötvös Lóránd geofizikai mérései és jelentőségük. Budapest, 1917.
- Pekár Dezső: Bárány Eötvös Lóránd emlékezete. Budapest, 1920.
- Pekár Dezső: Gravitációs kutatások Eötvös torziós ingájával. Budapest, 1924.
- (Folytatjuk.)

A lécekkal végzett szabatos hossz mérés hibaforrásai.

Homoródi Lajos.

A négy vagy öt méter hosszú faléc az alsó geodéziai hossz mérésekben régtől fogva ismert és használt eszköz s mintegy 60 év óta a városi, tehát a szabatos sokszöghálózatok hossz mérő eszköze. Különösen a városi sokszöghálózatok nagy tömegű, egységes módon, jól tanulmányozható körülmények között végzett lécmérései adtak ismételten alkalmat a léccel elérhető pontosság tanulmányozására. A szabatos városi sokszöghálózatok pontmeghatározásának, tehát a hossz mérésnek pontosságával szemben támasztott követelmények az idők folyamán változtak, ami a lécmérés végrehajtásában és magában a mérőfelszerelésben is lényeges változásokat vont maga után.

A nagy német városoknak [4], [7], [8], [10], [18], [19] a századforduló idejében végrehajtott felmérése után, Budapest 1933-ban megindult felmérése adott először alkalmat a modern pontossági követelmények szemelőtt tartásával végzett, háromszögelési és sokszögelési hálózattal kapcsolatos, szabatos lécmérés tanulmányozására. Az elérni kívánt pontosság szükségessé tette, hogy a mérés megbízhatóságának fokozására alkalmas eljárásokat és eszközöket mind alkalmazzuk, úgy azonban, hogy a mérések rendkívül nagy tömegére való tekintettel eljárásunk a lehető leggazdaságosabb legyen. Ezért új műszerek, felszerelési elemek bevezetésére is sor került.

Ennek következtében a Budapesten alkalmazott lécmérés valóban újszerű és így tanulmányozásra érdemes. Jól igazolja ezt néhány pontossági adat. Így a közép-szabálytalan hiba (100 m-re vonatkoztatott) értékének lecsökkenése $\pm 0,6$ mm (háromszögelés), illetve $\pm 3,3$ mm-re (sokszögelés), a régebbi munkálatok ± 5 —10 mm-el szemben, továbbá az a gyakorlatban rendkívüli, — bár az irodalomban nem egyedülálló jelenség [12], hogy az állandó hiba előjele a megszokott *negatív* helyett *pozitív*. Elsősorban az állandó hiba előjelének ez a különös viselkedése szolgáltatott okot a Budapesten alkalmazott lécmérés hibaforrásainak részletes megvizsgálására.

A hibaforrások tanulmányozása előtt szükségesnek tartom ismertetni a mérő berendezést és a mérési eljárást és ilyen módon lerögzíteni azt, hogy a vizsgálat milyen eszközökkel és módszerrel végzett hossz mérésre vonatkozik. A hossz mérő felszerelés és mérési eljárás kidolgozása *Oltay* professzor nevéhez fűződik. S minthogy a tárgyalás folyamán ismételt hivatkozás történik elsősorban a sokszögelési hálózattal kapcsolatos hossz mérések pontosságát jellemző számértékekre, ezért ezeket az adatokat táblázatosan összefoglalva közlöm.

A hibaforrások részletes tárgyalása képezi tanulmányom második részét. Ebben a mérés végrehajtásának természetes sorrendjében vizsgálom meg a

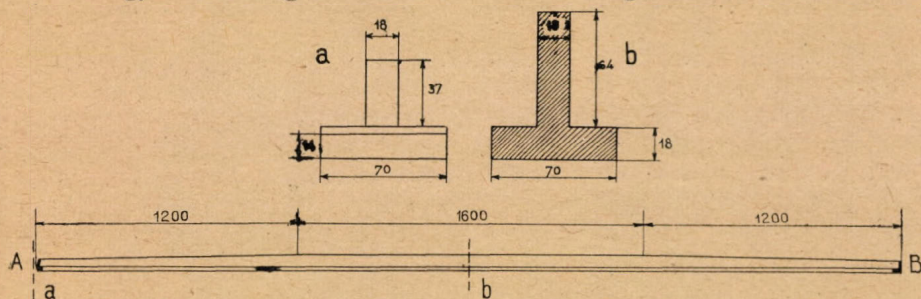
- a normálméretekkel,
- a komparátor paddal és komparással,
- a mérőlécekkal,
- a mérés végrehajtásával

kapcsolatos hibaforrásokat. Az egyes hibaforrások ismertetése során vizsgálat tárgyává teszem azt, hogy a kérdéses hiba milyen mértékben járult a budapesti lécméréseket jellemző szabálytalan, illetve véletlen és állandó hiba értékének meghatározásához. Végül összefoglalva az egyes hibaforrások hatását, néhány tanulságot emelek ki.

A) Műszerek és módszerek.

I. A mérőfelszerelés.

1. A léc. Az összes lécmérések 4 m hosszú fordított T keresztmetszetű, egyik végén álló, a másikon fekvő acél élekkel ellátott, olajfestékkel bevont fenyőlécekként történtek (1. ábra). Az egy felszerelést alkotó két léc együttesen megfelelő falárába volt csomagolva. A vízszintes él a



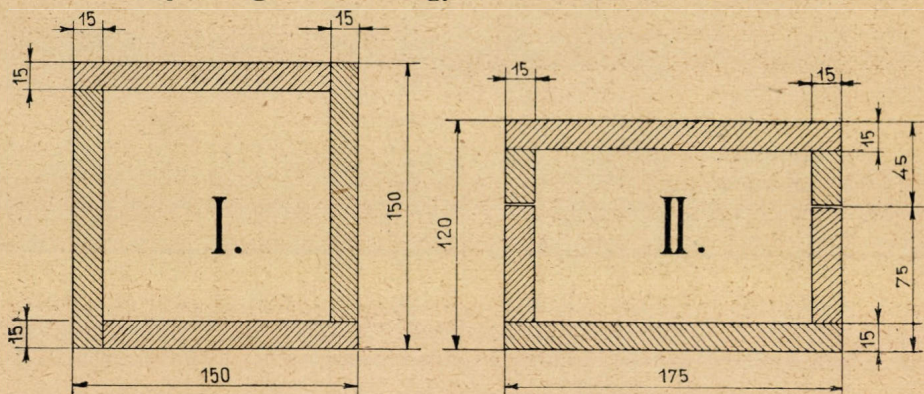
1. ábra.

léc talpa felett mintegy 14 mm-re van. Méréskor úgy kell a léceket ütköztetni, hogy a vízszintes él középpontja: A, a függőleges élnek a léc talpától ugyancsak 14 mm-re levő pontjával: B-vel jusson érintkezésbe. Az AB távolság tehát a lécnél a mérés végrehajtásakor szereplő hossza. Ezt a méretet állandóan l -el fogjuk jelölni.

2. A komparátor pad. A léc valódi hosszának meghatározása csőszzerűen összeillesztett deszkából készült, mintegy 4,3–4,5 m hosszú gerendán történik. A gerenda felső lapjára erősített rézlemezekre az egyik vég közelében álló, a másik végénél fekvő él szerelhető úgy, hogy az él távolsága a léc hosszánál mintegy 1 cm-el nagyobb legyen. A megfelelő

távolság beállítása végett az egyik él hosszirányban kis határok között mozgatható és szorító csavarjainak meghúzásával rögzíthető.

Budapest sokszögelésével megbízott mérnöki irodák részére készült felszerelésekben a léceket tartó faláda szolgált komparátor padként A 2. ábra bemutatja a Városmérési Kirendeltség és ez utóbb említett komparátor pad típus keresztmetszeti alakját. Az alábbiakban az előbbi I., az utóbbi II. típus megnevezéssel fogjuk állandóan idézni. Mivel a ládafedél



2. ábra.

az alsó résszel sem alkot egy testet, a II. típus kevésbé merev szerkezet. Komparálásakor a pad végei közelében alá van támasztva.

A komparátor pad ütköző élének azt a pontját, amelyik a lécc hosszának meghatározásakor az A_0 illetve a B pontokkal fődésbe kerül A_0 , illetve a B_0 -val jelöljük, az A_0B_0 távolságot pedig k_0 -val. Említettük, hogy $k_0 > 1$.

3. A normálméter pár. A komparátor pad k_0 távolságának meghatározása végett az A_0 és a B_0 pontok között hosszmerést végzünk két acélméter párral, a normálméterekkel. A normálméter 10×10 , vagy 15×15 mm keresztmetszetű, álló, illetve fekvő éllel ellátott, hosszoldalain lakkozott acél rúd. Hossza közel 1 méter. Pontos hossza a mérés hőmérsékletén a M Kir. Mértékügyi Intézet által kiállított bizonyítványban közölt formulából számítandó ki. A hőmérséklet megállapítása végett a levegő hőmérsékletét mérjük higany hőmérővel.

Minthogy a lécek élmagassága 5–10 mm-el magasabban van, mint a normálmétereké, a komparátor padra a normálméterekkel való mérés-kor egy megfelelő (5–10 mm) vastag alátét lemezt kell felerősíteni, hogy a normálméter élének középpontja a pad élek A_0 , illetve B_0 pontjának magasságába kerüljön.

4. A normál ék. A k_0 távolság a lécc hosszánál nagyobb lévén, gondoskodni kell a maradék darab leméréséről. Erre szolgál a normál (mérő) ék: enyhe emelkedésű egyik oldalán lineáris skálával ellátott acél ék, amelyet a normál méter, vagy a lécc él és a pad vége között keletkező közbe betolunk, úgy hogy a beosztás mindig függőleges élhez kerüljön, hogy az él helyzete a skálán leolvasható legyen. A leolvasás tizedbecsléssel történik. Az ék vastagsága a leolvasás helyén a kezdő és a végső

vonáshoz írt vastagság értékekből számítható, vagy az ék kísérő okiratából vehető ki.

5. Alátét lemezek, vagy sarúk. Ha méréskor a léceket közvetlenül a talajra fektetjük, az egész talp felületen fellépő sűrűlódás csökkenti a léccsúszásának veszélyét, másfelől azonban azzal a veszéllyel jár, különösen egyenetlen talajon, hogy az élek nem ütköznek a megfelelő pontokban, ezenkívül a léccel a talaj egyenetlenségeire felfekszik, megfeszül, deformálódik, ezzel hossza megváltozik és így léccfekvésről-léccfekvésre más hosszal szerepel a mérésben. Ezeknek a hibaforrásoknak kiküszöbölése végett Budapest hossz méréseiben a lécvégeket alátámasztottuk úgy, hogy a léccel maga „levegőben” volt.

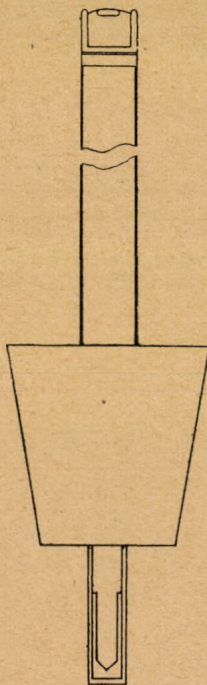
A háromszögeléssel kapcsolatos hossz méréseknél a lécvégek alátámasztására Rédey László m. kir. mérnök által szerkesztett $20 \times 25 \times 30$ cm méretű, 3 legömbölyített csúcson nyugvó, 8 kg súlyú öntött vas sarúk szolgáltak. Kisebb talajegyenetlenségek áthidalására a vas sarúkra erősíthető pallódarabok szolgáltak. Ez az alátámasztó szerkezet mindenféle elcsúszás ellen elegendő biztonságot szolgáltat, azonban már csak nagy súlyánál fogva is olyan tömeges hossz mérésekre, mint a sokszögelésnél szükséges, körülményesebb kezelése következtében nem gazdaságos. Ezért a sokszögelés céljára lényegesen egyszerűbb alátámasztáshoz folyamodtak: egyszerű 8–9 cm széles, 15 cm hosszú falapokat használtak. A lapok magassága 1–8 cm volt aszerint, hogy a talajegyenetlenségek milyen mértékben kívánták a lécvégek felemelését, szükség esetén esetleg több lemezt is helyeztek egymás fölé. Ez a megoldás kétségtelenül egyszerű, kezelése könnyű és továbbvitele a mérés folyamán nagyobb terhet nem jelent. Stabilitása azonban lényegesen csekélyebb, elbillenés, csúszás, fordulás ellen, különösen rossz terepen, nem sok védelmet nyújt.

6. Szintező műszer és léccel. Az alátétekkel alátámasztott léccel követi nagyjában a terep domborzatát, hogy a ferdén mért hosszak vízszintesre legyenek átszámíthatók, a lécvégek magasságkülönbségét határoztuk meg szintezéssel.

A háromszögeléssel kapcsolatos hossz méréseknél erre a célra Zeiss-, illetve Süß-féle kis típusú szintező műszer és 4 m hosszú cm osztású szintező léccel szolgált. Mindig az alátét sarúkat szinteztük be. A szintező léccel a figuráns akkor helyezte a sarúra, amikor arról a mérő léccel továbbvitel végett felemelték. Így a szintezés a léccmérést követte, azt nem zavarta, viszont a mérnök a szintező műszernél állván, a mérés menetét nem ellenőrizhette, az a figuránsok lelkiismeretességére volt bízva, vagy két mérnöknek kellett a mérést végezni. Ennek a mérés gazdaságosságát és megbízhatóságát érintő kérdésnek a megoldása végett szerkesztette meg Ottay professzor az ingás szintező berendezést [13]. Az ingás szintező műszernél az irányvonal vízszintes helyzetét inga biztosítja. A távcső és a vele mereven összefüggő súlyos test kardanikus felfüggesztésű, tehát az irányvonal minden műszerhelyzetben az inga nyugalmi helyzetének elérése után azonos irányítású, megfelelő igazítás mellett vízszintes. [16]. A műszer alul vas sarúval ellátott farúdra erősíthető. A szintező léccel mintegy 2,5 m hosszú 3×3 cm keresztmetszetű, alsó végén szintén vas sarúval ellátott cm osztású faléc. A 0 vonás a sarú felett mintegy 140 cm magasságban van. Ugyanilyen magasságú a rúdja felszerelt műszer ho-

rizontja is. A lécek osztás dm-ként van számozva. A 0 vonással két részre osztott lécosztást az osztás vonások mellé írt +, illetve — jelek különböztetik meg. A lécek függőlegessé tétele végett szelencés libellával van ellátva. A mérő lécek hajlásának meghatározása végett a műszer is és a szintező lécek is a mérőlécra helyezendő. Evégből a mérőlécra mindkét végétől 50—50 cm-re egy-egy felül gömbben végződő vassarú van felerősítve. A műszertartó rúd, illetve a szintezőlécek sarújának megfelelő homorú kivágása illesztendő a gombra. A műszer vízszintes irányvonalán tett lécek

leolvasás a két sarú magasságkülönbségét adja. Ezt tehát $\frac{4}{3}$ -al szorozni kell, hogy a lécvégpontok magasságkülönbségét kapjuk. A gyakorlatban azt a megoldást választottuk, hogy a redukciós táblázatot szerkesztettük úgy, hogy a leolvasott magasságkülönbséghez azonnal az egész léchosszra eső redukció legyen kivethető.



3. ábra.

7. Vetítőbotok. A végpontokhoz való csatlakozás, illetve a maradékdarab lemérése végett a végpontoknak a lécel magasságába való felvételére 2,0 cm vastag, körülbelül 1,0 m hosszú, felül szelencés libellával ellátott fémcső szolgált. Minthogy a pontjelölések furatos csapok, vagy vasszekrények, azaz vascsövek voltak, a vetítőbot alsó vége úgy van kiképezve, hogy bármilyen pontjelölésnél használható legyen (3. ábra).

A maradék darab mérésére két méteres komparált, végig mm osztású acélszalag szolgált. Kivételesen 20 m-es acélszalagot is kellett használni, pontos hosszát ennek is meghatároztuk komparálással.

II. A mérés végrehajtása.

1. A komparálás általában a helyszínen történt és az alábbi beosztással kellett végrehajtani;

- a) a komparáló pad felszerelése, miközben a normálméterek dobozából kihelyezve temperálódnak, hogy felvegyék a levegő hőmérsékletét,
- b) levegőhőmérséklet leolvasás,
- c) a komparátor pad végigmérése a normálméterekkel oda és vissza, mindkét mérésnél két-két ékleolvasással,
- d) a lécek komparálása ugyancsak 2—2 ékleolvasással,
- e) a pad második oda-vissza mérése,
- f) levegőhőmérséklet leolvasás.

A pad eltávolságaként a c) és az e) alatti mérés eredményének számtani középértékét kellett tekinteni. Az ismételt ékleolvasások függetlenségét azzal igyekeztünk biztosítani, hogy az első ékleolvasás után az éket kiemeltük, majd ismét visszahelyeztük.

Komparálni legalább minden hatodik nap kellett, lényegesebb idő-rás-változáskor minden esetben. Egyesek naponta komparáltak. A komparálást rendszerint reggel, azaz a napi mérés megkezdése előtt végezték el.

2. A mérés az egyenes kitűzésével indul meg. Erre a célra 100—150 m hosszú zsinór szolgál. A mérés, — a lécek elhelyezése a szokásos módon történt. A léceket három figuráns kezelte: egy elől, egy hátul és egy középben. Az elől lévő helyezte el az alátéteket (falapokat) úgy, hogy azok szilárdan álljanak. Ha elkészült „kész” vezényszóra a középső ütköztetett gondosan ügyelve arra, hogy a lécek a megfelelő pontban érintkezzenek. Az ütköztetés után „tovább” vezényszóra a hátsó lécet kissé hátra tolta, mire a hátsó figuráns középben a lécet megfogta és előrevitte. Az alátétek előre hordozásában és elhelyezésében, különösen ha vas-sarúkat használtunk egy negyedik napszámos segédkezett. A szintező lécet és műszert akkor helyezték a lécre, amikor az ütköztetés már megtörtént, tehát mindig a „hátsó” lécen állott. A szokásos elrendezés az volt, hogy a műszer került a lécnél a mérés iránya szerint hátul levő végére, a lécnél az elől levő lécvégre. Később részletezendő oknál fogva visszaméréskor ugyanez volt a helyzet, azaz a műszer hátul, a lécnél az elől. A jegyzőkönyvet a szintező lécnél kezelő figuráns vezette.

Ha a kezdőpont jelölése nem a mérés szintjében van (vasszekerény), akkor vetítő bottal vetítjük fel és a lécnél a vetítő bothoz ütköztetjük. A vetítő bottal szabatos, hézagmentes ütközés csak a vízszintes élnél lehetséges (a lécnél u. i. ferde, tehát a lécnél álló éle nem a megfelelő pontban ütköznék a függőleges bothoz.) Ezért a léceket mindig úgy kellett elhelyezni, hogy a vízszintes él legyen a mérés irányában hátrafelé. Visszaméréskor a lécvégeket föl kell cserélni, azaz hátrafelé ismét vízszintes élnél kell kerülnie egy később említendő hiba kiejtése céljából.

III. Budapest új sokszögelésének hossz méréseit jellemző pontossági adatok

A sokszögeléssel kapcsolatos hossz mérések pontosságát az oda-vissza mérések különbségei és a sokszögvonalak záróhibái alapján vizsgálhat-

juk. Az előbbi úton közép-szabálytalan-, az utóbbin közép-teljeshibához, illetve állandó és közép-véletlenhibához juthatunk. A vizsgálat végrehajtásának módja kívül esik tanulmányom keretein, itt csak az 1941. év végéig befejezett 19 sokszögelési csoport mérései alapján levezetett értékeket tüntetem fel. [22]. A csoportok közül csak azokat közlöm, amelyekben lécmérés történt, mégpedig legalább olyan terjedelemben, hogy a középhibákra megbízható értékek voltak levezethetők. A táblázatban

μ_{sz} közép-szabálytalanhibát,

a állandó hibát,

μ_v közép-véletlenhibát,

μ közép-teljeshibát

jelent. Minden érték mm-ben értendő 100 m távolságra vonatkoztatva.

Sor-szám	Csoport		μ_{sz}	a	μ_v	μ
1	B.	I.	$\pm 1,2$	$+ 13,0$	$\pm 9,3$	$\pm 16,0$
2	C.	I.	$\pm 2,4$	$+ 11,6$	$\pm 11,4$	$\pm 16,3$
3	D.	I.	$\pm 4,5$	$+ 8,8$	$\pm 11,5$	$\pm 14,5$
4		II.	$\pm 6,4$	$+ 8,8$	$\pm 18,9$	$\pm 20,8$
5	E.	I.	$\pm 3,6$	$+ 6,9$	$\pm 11,9$	$\pm 13,8$
6	F.		$\pm 1,9$	$+ 9,5$	$\pm 7,7$	$\pm 12,3$
7	G.	I.	$\pm 1,7$	$+ 2,4$	$\pm 3,0$	$\pm 3,9$
8	H.		$\pm 1,4$	$+ 6,1$	$\pm 9,2$	$\pm 11,0$
9	J.		$\pm 4,2$	$+ 7,1$	$\pm 6,3$	$\pm 9,5$
10	K.		$\pm 3,3$	$+ 13,9$	$\pm 9,2$	$\pm 16,7$
11	L.	I.	$\pm 3,7$	$+ 12,3$	$\pm 6,8$	$\pm 14,1$
12		II.	$\pm 6,0$	$+ 16,4$	$\pm 23,9$	$\pm 29,0$
13	M.		$\pm 2,1$	$+ 10,5$	$\pm 9,7$	$\pm 14,3$
Középerték:			$\pm 3,3$	$+ 10,2$	$\pm 10,3$	$\pm 14,5$

B) A mérés hibaforrásai.

I. A normálméter.

A mérőlécet komparálására szolgáló normálméterek egyenlete a következő alakú:

$$M = 1 \text{ méter} + \sigma \text{ mm} + \alpha (t - t_0) \text{ mm} \quad . . . 1.$$

vagyis a normálméter hossza a hitelesítés t_0 hőmérsékletén egy méter és σ milliméter. A t_0 -tól eltérő t hőmérsékletnek megfelelő hőmérsékleti javítást az egyenlet harmadik tagja szolgáltatja, amelyben α a normálméter anyag hőtágulási együtthatója mm/m és $^\circ\text{C}$ -ban. Lényeges körülmény, hogy úgy t_0 , mint t a normálméter anyagának hőmérsékletét jelenti.

Az egyenlet állandói σ , α és t_0 . Ezeknek számértékét a hitelesítés alkalmával a hitelesítést végző hatóság, nálunk a M. Kir. Mértékügyi Intézet állapítja meg. A σ megállapítása a méteretalonokkal való összehasonlítás, tehát mérések útján történik. t_0 annak a teremnek *levegőhőmérséklete*, amelyben a mérések történnek és ahol a mérést megelőzően a normálméter-párt huzamosabb időn át tartották. α meghatározása végezt kísérleteket rendszerint nem végeznek, hanem a normálméterek készítésére használatos acélfajták átlagos hőtágulási együtthatójával veszik egyenlőnek.

Az egyenletből kiszámítható M érték pontosságának határértékét az ilyen módon meghatározott, illetve felvett értékek megbízhatósága eleve megszabja. Figyelembe véve azt, hogy a Mértékügyi Intézet σ értékét 0,01 mm-re élesen, t_0 -t pedig kerek $^{\circ}$ -ban adja meg, figyelembe véve továbbá az α értékében lehetséges bizonytalanságot is [11], [14] a normálméter hosszának egyenletének állandóival adott, tehát apriori középhibája $\pm 0,012 - \pm 0,013$ mm-re tehető.

A mérőlécek komparálásakor az egyenlet egyetlen változóját kell csak meghatározni: t -t. Minthogy a normálméter keresztmetszetének területe nem nagy, benne hőmérő nem helyezhető el, tehát a komparálásakor nem tehetünk egyebet, mint a levegő hőmérsékletét mérjük és a normálmétereket bizonyos időn át szabadon tartjuk, hogy anyaguknak hőmérséklete a levegő hőmérséklettel azonosnak vehető legyen.

Ha t -t is csak kerek $^{\circ}$ -ban határozzuk meg, a $(t - t_0)$ különbség középhibája $\pm 0,3 \sqrt{2}$ -nek vehető. Mivel α értéke kicsi, az M középhibája alig fog különbözni az apriori értéktől.

Más a helyzet akkor, ha a levegő és a normálméter hőmérsékletének azonossága nem áll fenn, esetleg több fok különbség van úgy, hogy az 1. egyenletből számított M érték a normálméter valódi hosszától lényegesen különbözik.

Ha a levegő t_1 hőmérséklete a normálméternél (t_n) magasabb, a számított M érték a normálméter valódi hosszánál nagyobb lesz, ennek következtében minden mért hosszt helyes értékénél nagyobboknak kapunk. Ha a levegő hőmérséklete az alacsonyabb, akkor a számított M kisebb lesz, mint a valódi hossz, így a mért hosszak is kisebbeknek adódnak, mint valódi értékük.

A t mérésében elkövetett hiba tehát a lécmérésben szabályos hibaként jelentkezik, amelynek nagysága is könnyen megbecsülhető. Mivel az α együttható értéke általában 0,01 mm/m és C° körüli érték, így minden $1 C^{\circ}$ hiba a t , azaz a $(t - t_0)$ meghatározásában 0,01 mm hibát jelent a normálméter hosszában. Ebből igen egyszerű szabályként következik, hogy ahány fok hibát követünk el a normálméter hőmérsékletének meghatározásában, annyi mm lesz 100 m-ként a hossz mérésben fellépő hiba.

A t hőmérséklet hibája tehát onnan származik, hogy a levegő és a normálméter hőmérséklete nem egyenlő, azaz a normálméterek temperálódására szánt idő nem elegendő. A testek a környezetükben végbemenő hőmérséklet-változásokat termikus tehetetlenségük következtében csak bizonyos késéssel követik, a hőmérséklet értékek eltolódásának mértéke a test anyagának és felületének fizikai állandóitól függ. Jelen esetben

meleg átszármaztatási folyamattal van dolgunk, mégpedig vagy normálméter-levegő (lehülés), vagy levegő-normálméter (melegedés) irányban.

Az alábbiakban a meleg átszármaztatás időbeli lefolyása és a normálméter fizikai állandói közötti kapcsolatot vizsgálom meg.

A hőmérsékletváltozás időbeli lefolyásának vizsgálatát megkönnyíti az adott viszonyokból folyó néhány körülmény. Ezek:

a) A levegő és a normálméter hőmérséklet-különbsége csekély és a szereplő hőmérséklet értékek szűk határok között mozognak úgy, hogy olyan együtthatók hőmérséklet okozta változásától, melyek a hőmérséklettel lassan változnak (pl. fajhő) el lehet tekinteni.

b) A normálméter keresztmetszeti területe csekély, hővezető képessége nagy, így magában a normálméterben lefolyó hőáramlásokat figyelmen kívül hagyhatjuk, mivel ezek lefolyásához szükséges idő elhanyagolható a normálméter és a levegő között végbemenő hőáramláshoz szükséges idő mellett.

c) Felteendő — (és a levezetett összefüggések csak ekkor érvényesek), — hogy a normálméter körött külső okból keletkező légáramlás (pl. szél) nincs; nem vonatkozik ez természetesen a hőátadással kapcsolatos molekuláris áramlásra.

Tegyük most fel egyelőre, hogy $t_n > t_1$ és legyen $t_n - t_1 = T_0$ a hőmérsékletkülönbség időszámításunk kezdetén, azaz abban az időpontban, amikor a normálmétereket dobozukból kihelyezzük temperálódni.

Legyen a normálméter tömege m , fajhője μ , úgy

$$\mu m T_0 = Q_0 \quad . . . 2.$$

az a hőmennyiség, amelyet a normálméternek le kell adnia, hogy a hőmérséklete a levegő hőmérsékletére csökkenjen. Ha m -et kg -ban μ -t $kg\text{-cal}/kg$, C° -ban mérjük, Q_0 -t $kg\text{-cal}$ -ban kapjuk.

Ha x a szilárd test felületegységén az időegységben $1 C^\circ$ hőmérséklet különbség mellett részben sugárzás, részben vezetés, részben áramlás által a légnemű testbe jutó hő $kg\text{-cal}$ -ban, akkor T hőfok különbség mellett

$$q = x TF \quad . . . 3.$$

$kg\text{-cal}$ halad át a szilárd test F felületén az időegység alatt. x a melegátszármaztatási együttható két részből áll (9), ha x_s a sugárzás, x_v a vezetés és áramlás által távozó hőmennyiség, úgy

$$x = x_s + x_v \quad . . . 4.$$

Ezt a megkülönböztetést az indokolja, hogy míg a sugárzási együttható csupán az érintkező testek anyagától és felületének minőségétől függ, addig x_v függ még a hőmérséklet különbségtől is. A $x_v = f(T)$ összefüggés a független változóknak igen bonyolult függvénye [3]. Általában T -ben $1/4$ fokú [2], de jelen céljainkra kielégít a Nusselt-féle közelítő

$$x_v = c + bT \quad . . . 5.$$

lineáris képlet, amely $T = 10\text{ }^{\circ}\text{C}$ -nál nem nagyobb hőmérsékletkülönbségekre érvényes. Ennek figyelembe vételével

$$\kappa = \kappa_s + c + bT = a + bT \quad . . . 6.$$

κ -nak ezt az értékét 3.,-ba helyettesítve

$$q = (a + bT) FT$$

A q hőmennyiségek Q_0 rovására távoznak a normálméterből, így a kezdeti T_0 hőmérsékletkülönbség a hő áramlása alatt folytonosan csökken, de nyilvánvaló, hogy egy $d\tau$ idő alatt kilépő

$$dq = (a + bT) FT d\tau \quad . . . 7.$$

hőmennyiség olyan dT változást okoz a hőmérsékletkülönbségben, hogy az ennek megfelelő μmdT hőmennyiség éppen egyenlő dq -val, azaz

$$\mu mdT = - (a + bT) FT d\tau \quad . . . 8.$$

ahol a „—” előjel arra vonatkozik, hogy az idő és a hőmérsékletkülönbség változása ellentétes értelmű. A változók szétválasztásával és $\frac{b}{a} = p$ helyettesítésével:

$$-\frac{\mu m}{Fa} \cdot \frac{dT}{(1+pT)T} = d\tau \quad . . . 9.$$

alakot nyerjük, amely részlettörtre bontással a már integrálható

$$-\frac{\mu m}{Fa} \left[\frac{dT}{T} - p \frac{dT}{1+pT} \right] = d\tau$$

alakba megy át. Azaz:

$$-\frac{\mu m}{Fa} \left[\int_{T_0}^T \frac{dT}{T} - \int_{T_0}^T p \frac{dT}{1+pT} \right] = \int_0^{\tau} d\tau$$

tehát

$$\tau = \frac{\mu m}{Fa} \lognat \frac{T_0}{T} \frac{1+pT}{1+pT_0} \quad . . . 10.$$

Az integrálási határokhoz néhány megjegyzést kell fűznöm: Ha az időszámítás kezdetétől azt az időpontot választjuk, amikor a normálméterek temperálódása megkezdődik, az integrálás $\tau = 0$ és $T = T_0$ alsó határai önként adódnak. Felső határként természetesnek a $T=0$ érték választása látszik. A 10. alatti egyenlet azonban ehhez a $\tau = \infty$ időt rendeli, vagyis a hőmérséklet különbség teljes eltűnéséhez elméletileg végtelen nagy idő szükséges. Gyakorlatilag azonban 0-nak vehető a hőmérsékletkülönbség már akkor, amikor értéke olyan kicsi, hogy elhanyagolása nem okoz számba jövő hibát az 1., egyenlet M értékében. Ha tehát megállapodunk abban az értékben, melynél élesebben nem kívánjuk megadni a normálméter hosszát, akkor az ennek megfelelő hőmérsékletkülönbség lesz a jobb oldali integrál T felső határa és az ehhez tartozó

idő a bal oldali integrál τ felső határa. Az integrálási határok helyettesítésével nyert kifejezés tehát τ idő azon értékét szolgáltatja, amely alatt a kezdeti T_0 hőmérsékletkülönbség tetszőleges T -re csökken. Itt megjegyzem, hogy a levezetés gyakorlati célra kielégítő közelítés. A hő, mint energia nem folytonosan, hanem kvantum-szerűen távozik, így szigorú levezetés szerint a hőmérsékletkülönbség megszűnése véges idő alatt következne be.

E kifejezés levezetése előtt feltettük, hogy a normálméter hőmérséklete a nagyobb. A levezetés gondolatmenetéből következik, hogy érvényes akkor is, ha a normálméter hőmérséklete a kisebb, és a $T_0 = t_1 - t_n$ hőmérsékletkülönbségnek megfelelő $\mu m T_0$ hőmennyiséget a normálméter nem leadja, hanem felveszi. Különbség egyedül a α állandó értékében lehet. Hogy adott esetben a lehűlésnek, vagy a melegedésnek megfelelő α -e a nagyobb, azt kísérleti úton lehet eldönteni, amint hogy a α -ra vonatkozó képletek is csak tájékoztató értékeket szolgáltatnak. Ezt a levezetett kifejezések felhasználásakor nem szabad szem elől tévesztetni.

Kétségtelen, minden gyakorlati célra elegendő pontosságú a mérőléc hossza, ha a normálméter hőmérsékletének meghatározásában elkövetett hiba 1°C -nál kisebb. Ennek következtében a normálméter hőváltozása szempontjából első sorban az érdekel, hogy mekkora τ_1 idő alatt következik be T kezdeti hőmérsékletkülönbség $T = 1^\circ\text{C}$ -ra csökkenése.

A 10., alatti egyenletből felírható, hogy

$$\tau_1 = \frac{\mu m}{Fa} \lognat T_0 \frac{1+p}{1+pT_0}$$

Mint hogy a α -ra vonatkozó Nusselt-féle kifejezésben b kis szám, a p értéke is kicsi, így a fenti egyenlet csekély elhanyagolással

$$\tau_1 = \frac{\mu m}{Fa} \lognat \frac{T_0}{1+pT_0} \quad \dots \quad 11.$$

alakba is írható.

Ennél az elhanyagolásnál sokkal nagyobb bizonytalanság van az F felületben. A négy hosszanti oldal közül ugyanis rendszerint csak három érintkezik a levegővel, a negyediken fekszik fel a normálméter, így az ezen a lapon lefolyó hőáramlás mibenléte pontosan meg nem állapítható. Rendszerint fából készült tartódobozuk fedelére helyezük a normálmétereket, tehát rossz, de a levegőnél jobb hővezető anyaggal érintkeznek. Az mindenesetre valószínűnek látszik, hogy — legalább is kezdetben — ezen a lapon át lefolyó hőáramlás ugyanolyan irányú, mint a másik három lapon, így ha ezt az oldallapot is beleszámítjuk az F felületbe, úgy legfeljebb a kis T értékeknél kapunk a helyesnél kisebb τ értéket. Így a két véglapot kicsinyiségük miatt elhagyva és a négyzetes keresztmetszet élhosszúságát e (méter)-el, a normálméter anyagának fajsúlyát γ (kg/m^3)-val jelölve 11-ből

$$\tau_1 = \frac{\mu \gamma e}{4a} \lognat \frac{T_0}{1+pT_0} \quad \dots \quad 12.$$

következik.

Minthogy a dimenziója $\text{kg}\cdot\text{cal.}/\text{m}^2$, $^\circ\text{C}$ és óra, azaz órára mint időegységre vonatkozik, τ_1 -t pedig percekben akarjuk kapni, az egyenlet jobb oldalát 60-nal kell szoroznunk, végül ha a $\frac{T_0}{1+p T_0}$ értéket Briggs-féle logaritmusban keressük ezt még 2,3-al meg kell szorozni, hogy a természetes logaritmushoz jussunk, úgy hogy végül is

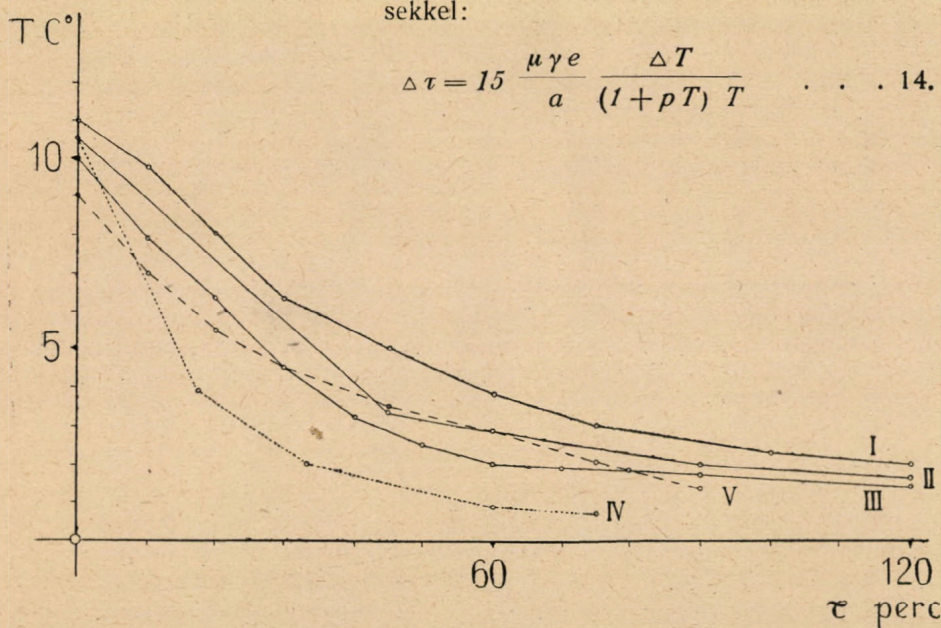
$$\tau_1 = 34,5 \frac{\mu \gamma e}{a} \log \frac{T_0}{1+p T_0} \quad . . . 13.$$

Felmerülhet az a kérdés, hogy a T hőmérsékletkülönbség ΔT nagyságú megváltozása mekkora $\Delta \tau$ idő alatt következik be. A felelet a 9. kifejezésből nyerhető, ha abba a $d\tau$ és dT differenciálok helyébe az idő, illetve a hőmérséklet változást jelentő véges nagyságú $\Delta \tau$, illetve ΔT -t írjuk és az előjeltől eltekintünk, azaz:

$$\Delta \tau = \frac{\mu m}{Fa} \frac{\Delta T}{(1+p T) T}$$

Ha $\Delta \tau$ -t ismét percekben akarjuk megkapni, a jobb oldalt még szorozni kell 60-nal, vagy a 13. kifejezésben is alkalmazott helyettesítéssel:

$$\Delta \tau = 15 \frac{\mu \gamma e}{a} \frac{\Delta T}{(1+p T) T} \quad . . . 14.$$



4. ábra.

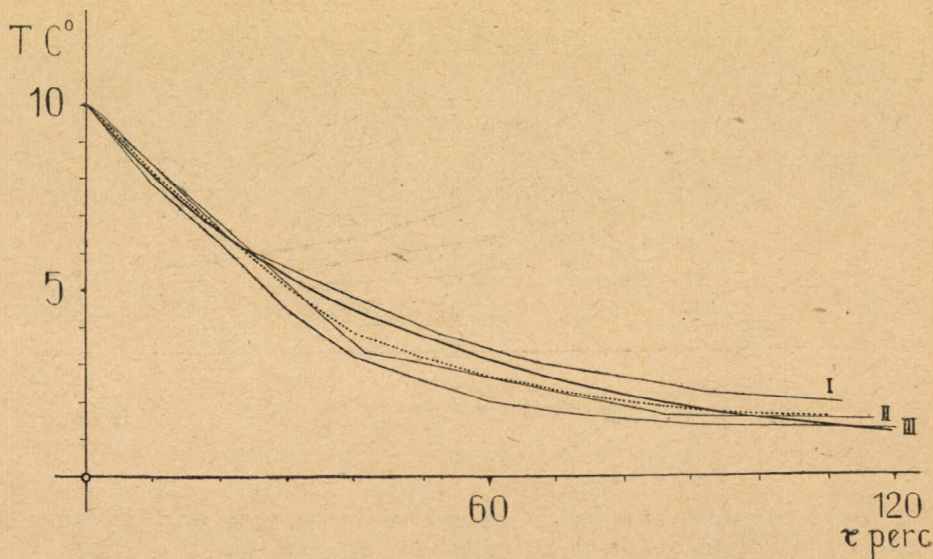
A 13. alatti összefüggés helyességét mérőlecek komparálására szolgáló normálméterekkel nem vizsgálhattam meg, minthogy magának a normálméter anyagnak a hőmérsékletét a már említett okból nem mér-

hettem. De alkalmasnak látszott a vizsgálat elvégzésére a 49.560 számú, szintező lécek lécméterének komparálására szolgáló beépített hőmérővel ellátott, 2×2 cm keresztmetszetű, fényezett felületű Süss-féle normál-méter.

Ezt a normálmétért ismételtlen felmelegítettem és lehűtöttem olyan módon, hogy huzamosabb időn át fűtött szobában, majd szabad levegőn tartottam. A normálméter hőmérsékletét bizonyos időnként leolvastam. A levegő hőmérsékletét külön higanyos hőmérővel mértem. A 4. ábra tünteti fel a vizsgálat eredményét. Az abcissa tengelyre az idő, az ordináta tengelyre pedig a hőmérsékletkülönbségek vannak felrakva, azaz a normálméter hőmérőjén és a levegő hőmérsékletét mérő hőmérőn tett leolvasások különbsége. Mint látható a kezdő hőmérsékletkülönbség minden esetben 10°C körül volt. A lehülés lefolyását négy esetben (I — II — III — IV), a melegedést csak egy esetben jegyeztem fel. (V). A lehülés egy alkalommal erős szélben történt (IV), a rendkívüli körülményt a görbe különleges viselkedése jól mutatja és jelzi, hogy a levegő-áramlás igen lényegesen módosítja a jelenség lefolyását.

A továbbiak végett a lehülést ábrázoló I—II—III görbét az 5. ábrán némileg módosítva tüntettem föl. Nevezetesen az egyes görbéket egymáshoz viszonyítva eltoltam a τ tengely irányában úgy, hogy valamennyi számára a $\tau = 0$ időpont az legyen, amikor a hőmérsékletkülönbség 10° . Így ennél az ábrázolásnál τ azt az időt jelzi, amely eltelt attól az időponttól kezdve, amikor a hőmérsékletkülönbség 10° volt, így ugyanazon τ -hoz tartozó három ordinátaérték különbsége rávilágít arra, hogy minő eltérések lehetnek a jelenség lefolyásában. Az ugyanazon τ -hoz tartozó három ordináta-érték középértékének képzésével adódott a pontozottan kihúzott görbe.

Ezek után kiszámítottam a 10 egyenletből a $T_0 = 10^\circ$ kezdeti



5. ábra.

hőmérsékletkülönbség mellett különböző T -hez tartozó τ értékeket. Evégett a 10. egyenlet együtthatóját a 13. alatti összefüggésnél részletezett módon átalakítottam és a következő együttható értékekkel számoltam: $\mu = 0,115 \text{ kg-cal./kg, } ^\circ\text{C}^\circ$; $\gamma = 7550 \text{ kg/m}^3$; $e = 0,02 \text{ m}$; és $a = 4,7 \text{ kg-cal/m}^2, ^\circ\text{C}^\circ, \text{óra}$. a -ra ez az érték a következőképpen adódott: a Nusselt-féle formula szerint:

$$\alpha_v = 3,0 + 0,08 T$$

a sugárzásnak megfelelő rész tekintettel arra, hogy a felület fényes

$$\begin{aligned} \alpha_s &= 1,7 \\ \text{tehát 6. szerint } a &= \alpha_s + c = 4,7 \\ \text{és } p &= \frac{b}{a} = \frac{0,08}{4,7} = 0,017 \end{aligned}$$

Az összetartozó τ és T értékek adják az 5. ábra vastagabban ki húzott görbéjét.

Az egyezés a kísérleti eredményekkel kielégítő.

Hosszmérő lécek komparálására szolgáló normálméterek hőmérséklet változásának tanulmányozása olyan módon volna képzelhető, hogy közel egy méter hosszú komparáló padra helyezett normálméter végéle és a pad éle közötti távolságot egyenlő időközökben normálékkal ismételtelen lemérnök. A lehülés és a felmelegedés folyamatának többszöri elvégzésével a hőváltozás lefolyása kielégítő pontossággal áttekinthető volna.

A komparálások végrehajtása szempontjából elsősorban a 13. összefüggésből levezethető τ_1 érték, azaz az az idő érdekel, amely elegendő arra, hogy a normálméter és a levegő T_0 hőmérsékletkülönbsége 1° hőmérsékletkülönbségre változzék. Közelítő érték erre vonatkozóan a szintező lécek komparálására használt normálméter esetében az előbbieken ismertetett állandókkal számítható (illetve az 5. ábrából, mint kísérleti eredmény kiolvasható), hossz mérő felszerelés normálmétere számára az állandókban annyi a különbség, hogy e helyébe $0,01 \text{ m}$, a helyébe pedig $6,0 \text{ kg-cal/m}^2, ^\circ\text{C}^\circ$ óra írandó. (Ebben az esetben u. i. a felület lakkozott, ezért $\alpha_s = 3,0$, így $a = \alpha_s + c = 3,0 + 3,0$). Ezeknek az állandóknak figyelembevételével

$$\tau_1 = 50 \log \frac{T_0}{1 + 0,013 T_0}$$

illetve

$$\tau_1 = 127 \log \frac{T_0}{1 + 0,017 T_0}$$

15.

ahol az első a hossz mérő felszerelés, a második kifejezés pedig a szintező felszerelés normálméterének τ_1 értékét adja. Néhány értéket mutat az alábbi táblázat:

T	τ_1 hosszmérés	τ_1 szintezés
5°C	34 perc	85 perc
10	47	119
15	55	137

A megfelelő hőmérsékletváltozás tehát elég lassan megy végbe, amiből az a tanulság vonható le, hogy komparálni ott célszerű, ahol a normálméter huzamosabb időn át állott, mert így T_0 értéke közel zérus.

A gyakorlatban előforduló körülmények között a normálméter hőmérsékletének hibája teljesen szabálytalanul hol pozitív, hol negatív lehet, így ha az egyes komparálások alkalmával hibás léchossz értékekre is vezet, a hiba a mérések nagy átlagában kiegyenlítődik és ki nem mutatható. A budapesti lécmérések igen nagy részét télen végezték, ebben az esetben lehetséges, hogy a hőmérséklet hibája minden mérésben azonos előjellű és így kimutatható. Ezzel a kérdéssel a következő, — a komparálásról szóló — fejezetben foglalkozom részletesebben.

II. A komparálás.

Ahhoz, hogy méréseink eredményét métegegységben kifejezhessük ismernünk kell a lécek A , illetve B pontjának távolságát l -t. Ebből a fogalmazásból következik, hogy l ennek a távolságnak az az értéke, — amint a mérő eszközök ismertetésekor már említettem —, amely a mérések végrehajtásakor érvényre jut. Később látni fogjuk, hogy ezt az értéket számos körülmény befolyásolja, így az az l_0 érték, amelyet erre a távolságra a komparálás végrehajtásakor levezetünk l -től általában különbözik. A komparálással kapcsolatos jelenségek könnyebb áttekintése végett megállapodunk még abban, hogy l_0 az A és a B pont távolsága akkor, amidőn a lécek talpa sík, azaz függőleges hosszmeteszetben egyenesként jelentkeznek.

A komparálás végrehajtásának leírásából következik, hogy az l_0 értékben hibák keletkezhetnek *(a)* a k_0 meghatározásában, *(b)* a lécre vonatkozó ékleolvasásban rejlő hibákból, továbbá onnan is *(c)* hogy a k_0 távolság a lécre vonatkozó ékleolvasások végzésekor (a léckomparálásakor) más, mint a normálméterrel való mérésakor.

a) k_0 -nak a normálméterekkel történő meghatározása lényegében közvetlen hossz mérés a komparátor pad élei között. Hibák származhatnak tehát magából a mérőszervből, ezeket a fentebb a normálméter tárgyalása folyamán már áttekintettük. További hibaforrás az, hogy a mérőszervvel kitérünk a távolság egyeneséből, azaz kigyózó mérést végzünk úgy vízszintes, mint magassági értelemben.

A vízszintes síkban való kigyózás mértékének lehető csökkentése végett a pad élek A_0 , illetve B_0 pontját összekötő egyenes a padon ki van jelölve. Az oldalirányú kitérés tehát 1 mm-en alul marad. De minden normálméter helyzetben 1 mm kitérés feltételezése mellett is a távolság hibája csak 2μ ($1/2$ 000 000).

A függőleges síkban már nagyobb értékű kitérések lehetségesek, minthogy a pad, mint fából készült szerkezet, vetemedhet, vagy ha nem eléggé merev rugalmas alakváltozásokat szenvedhet, tehát a pad felület nem lesz sík, következésképp a mért vonal nem egyenes.

A vetemedés okozta alakváltozás szabálytalan, ezért tárgyalásra nem alkalmas. A rugalmas alakváltozás hatása számszerűen kifejezhető, vagy legalább is megbecsülhető. Az ezzel kapcsolatosan megállapított

hatások támaszpontot nyújthatnak ezután arra nézve, hogy vetemedés, vagy gyártási tökéletlenség mikor vezethet a komparálásban meg nem engedhető hibára.

A rugalmas alakváltozás következtében a pad felszíne, azaz a mért vonal lapos parabola ívnek tekinthető. Az ívmagasságot f_k -val jelöljük. A normálméterekkel ezen az íven mérve a mért távolság nyilván hosszabb a helyesnél, azaz a λ_k hiba negatív előjelű és értéke:

$$\frac{8}{3} \frac{f_k^2}{l}$$

mivel $l \approx 4000$ mm

$$\lambda_k = - \frac{2}{3} f_k^2 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \quad . . . 16.$$

A mérőfelszerelés leírásakor bemutattuk a kétféle komparáló pad típust, melyek Budapest felmérésében szerepeltek. Az egyikként is általánosan bevált I. típusal kapcsolatban megemlítettük azt is, hogy az a másikonál merevebb. Valóban míg a keresztmetszeti területek csaknem egyenlők (81 és 79 cm²), addig az I. típus tehetetlenségi nyomatéka közel 2500 cm⁴, a II. típusé csak 226 cm⁴.

Ez utóbbi érték annak feltételezésével számított ki, hogy a két rész egymástól függetlenül áll ellen a hajlító igénybevételeknek. Ha a két rész kapcsolata merev lenne, azaz egy egészet alkotna 1640 cm⁴ tehetetlenséggel kellene számolnunk. A valóságban keletkező alakváltozások bizonyára a két értékkel számítható határok között helyezkednek el.

A következőkben csakis a II. típusra és a kisebb tehetetlenségi nyomatékra vezetem le a rugalmas alakváltozás értékeit. Mivel ugyanis az alakváltozás és tehetetlenségi nyomaték között lineáris összefüggés áll fenn az I. típus alakváltozása, illetve a II. típusé, de a kedvezőbb tehetetlenségi nyomaték figyelembe vételével, a levezetett értéknek mintegy 10, illetve 15%-a lenne.

Látni fogjuk, hogy míg ezek az alakváltozások a II. típusnál számbevehető hibát adnak, ép a lényegesen nagyobb tehetetlenségi nyomaték következtében elhanyagolhatók az I. típusnál.

Nyilvánvaló, ha a pad hosszának $\frac{1}{4}$, ill. $\frac{3}{4}$ -ébe esnek az alátámasztások, a középső keresztmetszetben az önsúlyból eredő hajlító nyomaték s vele a lehajlás is zérus. Ha az alátámasztás a végek felé közeledik, a lehajlás nő és maximális értékű (8,5 mm) akkor, amikor a pad végei vannak alátámasztva. Alátámasztásul Budapesten rendszerint az a kézikocsi szolgált, amelyen a felszerelést a helyszínre szállították, ennek hossza kb. 190 cm volt, tehát a padnak az alátámasztáson túlnyúló része kb. 120—120 cm. Ebben az esetben az alakváltozás adatai: α lécvégek lehajolnak 1,5 mm-t, a közép felemelkedik 0,3 mm-t, azaz a pad felülről domború görbe, 1,8 mm ívmagassággal ($f_k = 1,8$ mm). Képletünk-ből látható, hogy az önsúly következtében beálló alakváltozás λ_k -ra legfeljebb 2 μ -t ad, a lehető legkedvezőtlenebb (minimális) inertia nyomaték mellett.

Ahhoz, hogy a komparátor pad felületének nem sík voltából szár-

mazó hiba elérje a normálméter egyenletének megadásával megszabott 1/100 000 relatív pontosságot, az ívmagasság közel 8 mm kell legyen, kb. annyi, amennyi a végein alátámasztott pad lehajlása lenne. Különösen nem elég merev padszerkezetnél ezt az alátámasztási módot tehát kerülnünk kell. Egyébként a most említett ívméret arra is felvilágosítást nyújt, hogy a pad gyártási hibából eredő egyenetlenségek, vetemedések miatt mikor válik használhatatlanná.

A normálméterekkel való méréskor a normálméter végeket leszorítjuk, ezzel a padot koncentrált erővel terheljük. Kétségtelenül lépnek fel alakváltozások, de ezek a pad végigmérése közben állandóan változnak. Ennek következtében a húzott keresztmetszet majd alul, majd felül lesz, így egyoldalú hiba fellépése valószínűtlen, a hatás inkább csak annyi, hogy a normálméterek csekély, véletlen elcsúszásokat szenvednek, ami az ismételt mérések különbségeiben nyilvánul meg.

A mérési módszer leírásakor említettem, hogy a k_0 értéket a lécek komparálása előtt és után, azaz kétszer határoztuk meg, mindkét alkalommal oda-vissza méréssel. Az 1936—37. évben végzett mintegy 180 komparálás eredménye tehát alkalmas arra, hogy k_0 meghatározásának megbízhatóságát különböző utakon vezessük le.

Igy elsősorban minden oda-vissza mérés különbségéből képezhető az egyetlen mérésnek és az oda-vissza mérés középértékének középhibája a

$$\mu_1 = \sqrt{\frac{[dd]}{2n}} \text{ illetve } \mu_0 = \sqrt{\frac{[dd]}{4n}}$$

összefüggés alapján és μ_0 -ból egy kettős mérés középértékének középhibája is a

$$\mu_k = \frac{1}{\sqrt{2}} \mu_0$$

összefüggéssel.

Egyetlen oda-vissza mérésnek és egy kettős mérés számtani középértékének középhibája azonban levezethető két-két összetartozó (oda-vissza) mérés eredményének különbségéből is ugyancsak a fenti két kifejezéssel, ha d most nem az oda-vissza mérés különbsége, hanem a k_0 -ra a lécek komparálása előtt, illetve után levezetett értéké.

Mindezeket a számításokat elvégezve az eredmények a következőképpen foglalhatók össze:

az oda-vissza különbségből	a kettős mérés különbségéből
$\mu_1 \pm 0,018 \text{ mm}$	—
$\mu_0 \pm 0,012$	$\pm 0,025 \text{ mm}$
$\mu_k \pm 0,009$	$\pm 0,018$

A kétféle úton levezetett középhibák különbsége szembeűnő. Az okot kutatva feltűnik, hogy a második k_0 érték általában nagyobb mint az első, a különbség átlagosan „első — második“ értelemben — 0,015 mm.

Ennek oka lehet az, hogy a mérő ék beszorításakor a pad éle kifelé elmozdul, így a második mérés már nagyobb padhosszra vonatkozik,

mint az első. Mivel az oda-vissza mérések különbsége kisebb, mint a kettős méréseké, — ép ezért kisebbek az első oszlopban álló középhibák, — azért a padélek elcsúszása a normálméterrel való mérés közben nem valószínű. Ekkor ugyanis az elcsúszásnak nemcsak a kettős mérés között, de minden egyes mérés között mutatkoznia kellene. Inkább arról lehet szó, hogy a lécek-komparálásakor következik be az elcsúszás annál is inkább, mert akkor amikor a normálméter és végél közé szorítjuk be a mérő-éket meg van a lehetőség arra, hogy durvább beszorításkor a normálméter csusszék hátrafelé, míg a lécnél végzett ékmérésnél a lécek hátrafelé nem mozdulhat, tehát eltolódik az esetleg nem eléggé rögzített mozgatható végél. Ezt az elgondolást azonban valószínűtleníti az, hogy a lécvég-eknél tett két-két ékleolvasás különbsége nem mutat szabályosságot, pedig ekkor mindig a másodiknak kellene nagyobb lenni.

A kettős mérések különbségének szabályosságára lehetséges még egy másik magyarázat is, éspedig az, hogy a normálméter hossza változott meg: megrövidült, tehát a második mérés nagyobb eredményt ad. Megjegyzem úgy az első, mint a második mérésnél mérjük a levegő hőmérsékletét és ha különböző, úgy a normálméter hosszát külön számítjuk az első és külön a második mérésre. Ha tehát itt normálméter megrövidülésről beszélünk, akkor ez mindig úgy értendő, hogy a levegő hőmérséklet változás szerint figyelembe vett változást meghaladó hosszváltozás következett be.

Ez a magyarázat csak látszólag mesterkélt. Említettem, hogy a mérések egy nagy részét téli időben végezték, az említett 180 komparálás közül 80 olyan amelyik $+5^\circ\text{C}$ -nál kisebb hőmérsékletnél történt. Könnyen lehetséges, hogy a normálméterek az első mérésnél még nem vették fel a levegő hőmérsékletét és mivel a felszerelést éjszakán át, ha nem is fűtött, de zárt helyiségben tartották, valószínű, hogy hőmérséklete magasabb volt, mint a reggeli levegő hőmérséklet. Így aztán a két eltávolság mérése között az előzetes temperálódási idő elégtelen volta miatt további lehűlés és összehúzódás következett be.

Valóban, ha a téli hónapokban végzett komparálásokat két k_0 -ra vonatkozó mérésének különbségét a komparálás hőmérséklete szerint csoportosítjuk a hőmérséklet és a k_0 -ban mutatkozó különbség összefüggése felismerhető:

ha a komparálás 0° -nál kisebb k_0 különbsége átlagosan $-0,050$ mm	
hőmérséklete $+5^\circ$	$-0,035$
$+10^\circ$	$+0,010$

Összefoglalva azokat a komparálásokat, amelyeket $+5^\circ$ -nál alacsonyabb hőmérsékleten végeztek egy oda-vissza mérés középhibája

$$+ 0,034 \text{ mm}$$

a $+5^\circ$ -nál nagyobb hőmérsékleten végzetteké

$$+ 0,018 \text{ mm}$$

tehát a kettős mérés középértéke ez utóbbi alapján:

$$+ 0,013 \text{ mm}$$

Ez a két utóbbi érték már közelebb áll az oda-vissza mérések különbségéből nyert értékhez, a még meglévő különbség esetleg már írható a pad élek, vagy a normálméterek egyoldalú elcsúszásának rovására, de részben származhat a normálmétereket kezelő észlelők keze-melegétől bekövetkező normálméter-hosszváltozásokból is. [24]

Az előbbieket szerint az $+5^\circ$ -nál alacsonyabb hőmérsékleten végzett komparálásoknál a második éltávolság érték általában 0,050—0,035 mm-el közepesen 0,045 mm-el nagyobb, mint az első. Mivel 4 m-es távolságról van szó és a normálméter-anyag hőtágulási együtthatója 0,0113, következik, hogy a két mérés közben a normálméter hőmérséklete nagyjából és körülbelül 1°C -kal csökkent.

A normálméter thermikus tehetetlenségének tárgyalásakor levezetünk egy kifejezést, mely összefüggést állapít meg egy $\Delta\tau$ idő alatt T hőmérséklet különbség mellett bekövetkező ΔT hőcsökkenés között (14.). A két mérés között a lécek komparálását végezzük, tehát az eltelt idő $\Delta\tau$ nem lehet több 10—15 percnél. Rendelkezésünkre áll így $\Delta\tau$ és ΔT , vagyis kiszámítható T , a levegő-hőmérséklet és a normálméter-hőmérséklet különbsége, azaz a normálméter egyenletében szereplő hőmérséklet érték $(t-t_0)$ hibája és ebből a normálméter hosszhibája is.

A kifejezés állandóként ugyan azok az értékek vehetők, amelyeket fentebb a hossz mérő felszerelés normálmétere τ értékének levezetéséhez felhasználtunk, tehát:

$$\Delta\tau = 21,5 \frac{\Delta T}{(1 + 0,013 T) T}$$

ahonnan

$$\Delta\tau = 10 \text{ perc esetén } T \cong 2^\circ$$

$$\Delta\tau = 15 \text{ „ „ „ } T \cong 1,5^\circ$$

Tehát a komparálások különbsége arra mutat, hogy a téli hónapokban a normálméter hőmérsékletét 2° körüli hibával határozták meg a normálméter anyag thermikus tehetetlensége következtében. A 10. oldalon említett gyakorlati szabály értelmében ebből az okból fellépő szabályos hiba 100 m távolságon 2 mm körüli érték lehet és + előjelű, mert a normálméter hőmérséklete a számításba vettnél magasabb.

A most tárgyalt hibával azonos okból származó, de ellentétes előjelű hiba a nyáron végzett mérésekben nem valószínű, minthogy reggel végezvén a komparálást a levegő hőmérséklet és a normálméter hőmérséklet között állandó jellegű különbség nem igen mutatkozhat.

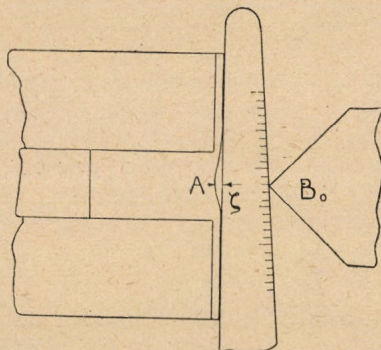
A k_0 érték meghatározásában elérhető pontossággal kapcsolatos vizsgálatok során levezethető még az egyetlen ékleolvasás középhibája. Ennek értéke úgy az első, mint a második éltávolság mérés, mint az oda és a vissza méréskor végzett 2—2 ékleolvasás különbsége alapján egyformán $\pm 0,005$ mm. Megemlíthető, hogy a két ékleolvasás közül általában a második a nagyobb 0,0025 mm-el, ez az egyébként csekély érték a normálméter hátra csúszásának mértékeként fogható fel.

A normálméter egyenletében szereplő állandók tárgyalása kapcsán megállapítottuk, hogy a normálméter hosszának középhibája az állandókban rejlő bizonytalanságok következtében $\pm 0,012$ — $\pm 0,013$ mm-re

tehető. Tehát a normálméter-pár kétszeri elhelyezésével levezetett komparátor-padé $2\sqrt{2 \cdot 0,012}$, illetve $2\sqrt{2 \cdot 0,013}$ azaz $\pm 0,034$ — $\pm 0,037$ mm. Ha ugyanazzal a normálméter párral végezzük mindig a padhossz meghatározását, úgy a most kapott értékek, mint állandó hibák szerepelnek. [16].

b) A lécs l_0 értékének meghatározásában a k_0 érték hibái után a lécvégeknél tett ékleolvasások hibái szerepelnek. A mérőléc végélei gyors elhasználódásuk megakadályozása végett a pad végéleivel szemben igen tompa szögűek; ezért is, de a folytonos ütköztetés következtében mégis bekövetkező kopás miatt a lécnél kevésbé jól lehet leolvasni a mérőéket, mint a pad élénél. Egy ékleolvasás középhibája a lécvégeknél tett ismételt leolvasások különbsége alapján eléri a $\pm 0,010$ mm értéket, azaz a pad végélénél végzett leolvasás középhibájának kétszeresét is. Ezen látszólag úgy segíthetnénk, hogy a lécs függőleges élét ütköztetjük a pad vízszintes éléhez és minden leolvasást a lécs vízszintes és a pad függőleges éle között a szabatos, nem kopott pad élénél végeznénk el. Mivel az ék csak oldalról helyezhető az élek közötti közbe, a pad vízszintes élénél függőlegesen tartott ékkel való leolvasás nem jöhet szóba. Az ék ilyen behelyezését nemcsak a pad akadályozza (ezen még a pad felület megfelelő kivágásával lehetne segíteni), de a skálán a becslést megnehezítené az, hogy a vízszintes él a beosztás egy részét elfödi.

A pad függőleges élénél való leolvasás azonban éppen nem növeli az elérhető pontosságot. A lécek vízszintes élei részben gyártási hiba, részben a kopás következtében előlről nézve homorú ívet mutatnak, az él mentén behelyezett ék ennek következtében a széleken felfekszik, az ütközés helyén az ék és a lécs éle között hézag támad. A lécet a hézag méretével hosszabbnak határozzuk meg, mint a helyes l_0 hosszúság (6. ábra).



6. ábra.

A hiba előjele negatív, mert a hibásan meghatározott léchossz a nagyobb. Az a körülmény, hogy egyes lécpároknál az egyformán használt két lécs ζ értéke között lényeges különbség van, arra mutat, hogy az él már új korában homorú lehetett.

Ha úgy komparálunk, hogy a lécet ütköztetjük álló és fekvő élénél is, tehát 2—2 ékleolvasást teszünk mindkét lécvégénél a léchossz értékben már csak $\frac{1}{2}\zeta$ hiba lesz. Teljes kiküszöbölése végett vezettük be a Szé-

keszfőváros sokszögelésével kapcsolatos komparálásoknál azt a szabályt, hogy a lécet mindig vízszintes élénél ütköztetjük és függőleges élénél olvasunk le az ékkel kétszer, majd a lécet kissé elmozdítva és újra visszahelyezve ismét két ékleolvasást teszünk. Így ugyan az ékleolvasás bizonytalansága, — mint láttuk — nagyobb, de még mindig kisebb ez a hiba, mint az átlagosan lehetséges ξ érték, (5 lécpár alapján u. i.: $\xi = 0,05$ mm átlagosan, de előfordult 0,11 mm is).

Mindenesetre célszerűnek látszik úgy a lécek, mint a pad vízszintes (fekvő) élét előlről nézve kissé homorúra készíteni. Ezzel az ék szabatos felfekvése még kisebb kopás esetén is biztosítható lenne.

Megjegyzem a lécvégek kopásában rejlő hibaforrásra már Happach [6] is rámutatott. Az általa közölt érték 0,4 mm 4,5 km hossz megmérése után, azonban arra mutat, hogy a léceinek élei rossz minőségű vasból készültek.

c) A komparálással meghatározott léchossz nyilván hibás, ha a komparátor-pad éleinek távolsága más a normálméterekkel való méréskor és más a lécek komparálásakor. Ilyen természetű különbség rugalmas alakváltozás következtében léphet fel. A lécekre vonatkozó ékleolvasások elvégzése közben a lécvégeket leszorítjuk, azaz a padot két vége közelében koncentrált erővel terheljük. Ennek következtében megváltozik a pad alakja és vele az élek távolsága, ugyanekkor a lécek is alakváltozást szenvednek, tehát az ékleolvasások l_0 -tól különböző l' értékre vonatkoznak. Azaz a lécekre vonatkozó ékleolvasás időpontjában a komparátor-pad hossza:

$$k_0' = k_0 + \xi_1$$

Ha a lécek végeknél tett ékleolvasások számtani közepe E , úgy k_0' -ből levezetett léchossz

$$l' = k_0' - E = k_0 + \xi_1 - E$$

lesz. Amde l' az alakváltozás következtében ξ_2 értékkel különbözik l_0 -tól

$$l' = l_0 - \xi_2$$

tehát

$$l_0 - \xi_2 = k_0 + \xi_1 - E$$

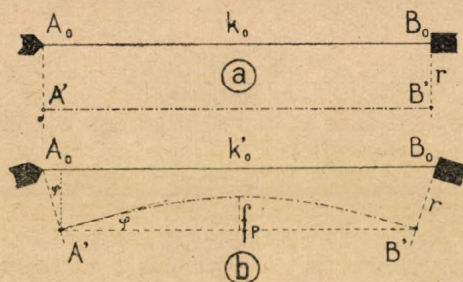
vagyis a hibátlan léchossz

$$l_0 = k_0 - E + (\xi_1 + \xi_2)$$

Azaz hibátlan léchossz értékre úgy jutnánk, hogy az E ékleolvasás középértéket a $(\xi_1 + \xi_2)$ hibával megjavítanók. Ellenkező esetben a levezetett léchossz hibája $+(\xi_1 + \xi_2)$ lesz.

ξ_1 is és ξ_2 is függ a lécvégek leszorításával előidézett alakváltozástól. Mivel a pad alátámasztásainak távolsága rendszeren kisebb az élek távolságánál, az élek közelében ható erő okozta alakváltozás a középső keresztmetszet emelkedését s a pad végek lehajlását idézi elő. Hogy megállapíthassuk milyen nagyságrendű hibák keletkezhetnek egyáltalán e rugalmas alakváltozás következtében csak II pad-típust vizsgáljuk meg abban az esetben, amikor az alátámasztások távolsága a már említett okból 190 cm volt.

A ξ érték megállapítása végett a 7. ábra szemlélteti a jelenség lefolyását. Az alakváltozás előtt a k_0 padhossz A_0 , illetve B_0 végpontja r távolságra van a szilárdsági tengelytől. Az r méret a II padtípusnál kb. 60 mm. A' és B' a szilárdsági tengelynek A_0 és B_0 keresztmetszetébe eső pontja (7a. ábra), tehát $A'B' = A_0 B_0$. Az alakváltozás következtében a szilárdsági tengely meggömbül, az $A'B'$ ívnek a hossza egyenlő marad az $A'B'$ eredeti távolsággal, tehát a 7b. ábrán az $A'B'$ húr kisebb k_0 -nál. Az $A_0 B_0$ távolság az alakváltozás következtében egyfelől rövidül, tehát az $A'B'$ ív és húr hosszának különbségével, másfelől növekedik a kereszt-



7. ábra.

metszetnek φ elfordulása következtében. Mivel a lécek komparálását (a lécekre vonatkozó ékleolvasásokat) a k_0 távolságon végezzük, ezt kell normálméterekkel meghatározandó mennyiségnek tekinteni, a valóban meghatározott k_0 pedig ennek hibás értéke, így az előbb részletezett hibák közül az előbbi negatív, az utóbbi pozitív előjelű, vagyis

$$k_0' - k_0 = \xi_1 = 2r\varphi + (\widehat{A'B'}) - \overline{A'B'}$$

Ha az ívmagasság f_p , a már ismert kifejezés, (16) szerint

$$(\widehat{A'B'}) - \overline{A'B'} = -\frac{2}{3} f_p^2$$

μ -ben ha f_p -t mm-ben írjuk be.

A keresztmetszet előfordulásából eredő rész pedig, mivel

$$\varphi \approx \frac{4f_p}{k_0} = f_p$$

tehát

$$\xi_1 = -\frac{2}{3} f_p^2 + 2r f_p = 2f_p \left(r - \frac{1}{3} f_p \right)$$

Itt $\frac{1}{3} f_p$ az r mellett elhanyagolható csekély érték, tehát

$$\xi_1 = +2f_p r \quad . . . 17.$$

mindig pozitív, azaz k_0' mindig nagyobb, mint a k_0 és μ -ben kapjuk, ha f_p és r értékét mm-ben írjuk be.

f_p értékére tájékoztató értéket kapunk, ha a padnak, mint konzolos kéttámaszú tartónak lehajlási diagramját megszerkesztjük a végeken ható 1—1 kg erő hatására és a II pad típus szilárdsági adatainak figyelembevételével. Azt kapjuk, hogy

a közép felemelkedése	0,100 mm
a végek lehajlása	0,600 mm
azaz f_p	0,700 mm

Tehát

$$\xi_1 \cong +0,084 \text{ mm}$$

Igen tetemes érték, de meg kell jegyezni, hogy a léchez tartozó ékleolvasások végzésekor a léceket oldalirányú eltolódások megakadályozása végett inkább csak tartjuk, mint lefelé szorítjuk, így a padra ható erők nem igen múlják felül a felvett értéket. (A normálméterekkel való méréskor más a helyzet, ezeket u. i. hátracsúszásuk megakadályozása végett erősen le kell szorítani.)

Ami mármost ξ_2 -t, azaz a lécc alakváltozásaiból eredő hibát illeti, azt kell elsősorban megjegyezni, hogy a lécc önsúlya következtében könnyen szenved alakváltozást úgy, hogy a padra helyezve önsúlya következtében símul a padfelszín alakjához, hacsak annak íve nem nagyobb görbületű, mint amekkora áthajlást szenvedhet a lécc önsúlya következtében. Így ha a pad felszíne nem sík, a lécc talpa anélkül, hogy a léccvégekre erő hatna nem lesz egyenes, vagyis nem áll fönn kiinduló tételünk, amely szerint a lécc talpa a komparálás műveletei előtt a vertikális hosszmeteszben egyenesként mutatkozik, ha tehát ezek közben megváltozik, úgy a jelenséget a kiinduló helyzetre: egyenes lécc talpra vezetjük vissza. Hogy ezzel a zavarral ne kelljen törődnünk, a lécc rugalmas alakváltozásaival később külön fejezetben foglalkozunk és most csak azt az esetet vizsgáljuk, amikor a pad felülete sík, azaz a felhelyezett lécc talpa is az és csak az f_p iv magasságú áthajlás következik be a lécc leszorításakor.

Ebben az esetben az 1 lécc hossz szintén két okból változik meg: egyrészt a rugalmas vonal ív és húr hossza közötti különbség, másrészt a végélek elfordulása szabja meg ξ_2 értékét. A lécc keresztmetszeti méretei nem állandók, a súlyvonal felülről domború görbe, mintegy 10 mm-es ívmagassággal. Ha a pad alakváltozása az előbb is tárgyalt, akkor a léccre nézve ez azzal a következménnyel jár, hogy a szilárdsági tengely ívmagassága nő, a húrhossz csökken, aminek mértékét a már ismételten használt 16. összefüggéssel fejezhetjük ki. A 8. a. ábrán A és B az l két végpontját, A' és B' pedig a szilárdsági tengely két megfelelő pontját jelöli. A szilárdsági tengely az AB egyenes felett van, az A, illetve B keresztmetszetben k. b. 4 mm-el (r'). Ebből következik, hogy az l a végélek elfordulása következtében is csökken, vagyis ebben az esetben ξ két összetevője összegeződik. Jelöljük a szilárdsági tengely hosszát S-el, eredeti ívmagasságát f -vel, a megváltozottat f' -vel ($f' = f_0 + f_p$), akkor nyilván

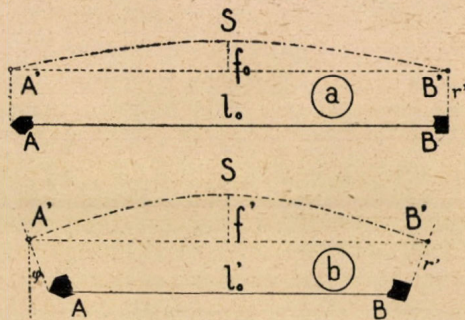
$$S = l + \frac{2}{3} f_0^2$$

illetve

$$S = l' + \frac{2}{3} f'^2 = l' + \frac{2}{3} (f_0 + f_p)^2$$

ahol l' a végső keresztmetszet elfordulásának figyelembe vétele nélkül számított léchossz. Az S -re felírt két egyenletből következik, hogy:

$$l - l' = \frac{2}{3} [(f_0 + f_p)^2 - f_0^2] = \frac{2}{3} f_p (2f_0 + f_p)$$



8. ábra.

A végső keresztmetszet szögforgása pedig

$$\varphi = f_p.$$

úgy, hogy a teljes léchosszváltozás pozitív és értéke

$$\xi_2 = \frac{2}{3} f_p (2f_0 + f_p) + 2r' f_p = 2f_p \left(\frac{2f_0 + f_p}{3} + r' \right) \quad 18.$$

μ -ben, ha minden számértéket mm-ben írunk be.

Ezek szerint a léchossz teljes hibája a pad és a lécc együttes alakváltozása következtében:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2f_p r + 2f_p \left(\frac{2f_0 + f_p}{3} + r' \right) = 2f_p \left(\frac{2f_0 + f_p}{3} + r + r' \right) \quad 19.$$

ismét μ -ben, ha a jobboldalon álló mennyiségek számértékét mm-ben írjuk be.

f_p , f_0 , r és r' helyébe a már említett értékeket (rendre 0,7, 10, 60, és 4 mm) írva

$$\xi \approx +100 \mu$$

Felmerülhet még az a kérdés, hogy a padra helyezett lécek által képviselt súly mennyire változtatja meg k_0 -t. Mivel a lécc folyóméterenkénti súlya a pad folyóméterenkénti súlyának mintegy 25%-a, a lécc padra helyezésével kiváltott áthajlás nagysága a komparátor pad önsúlyából be-

következtetnek kb. 25%-a lesz. Láttuk a komparátor pad önsúlya következtében felülről domború ívet mutat 1,8 mm ívmagassággal. A lécsúly által előidézett behajlás növekedés tehát 0.45 mm lesz, aminek

$$\xi \cong + 65 \mu$$

felel meg.

Mindezeknek az értékeknek levezetésekor a kedvezőtlenebb $l = 226 \text{ cm}^4$ tehetetlenségi nyomatékkal számoltunk. A valóságban tehát csak ennél kisebb hibák léphetnek fel, ami annyit jelent, hogy a lécsúlyát és a leszorító erőt egyidejűen figyelembe véve a lécsúly hibája $+ 165 \mu$, tehát egy 100 m-es vonal mérésében elkövetett hiba $+ 4 \text{ mm}$ alatt marad.

Ugyanazt a komparátor-padot, alátámasztást és elrendezést használva a rugalmas alakváltozás okozta hiba állandóan azonos előjellel lép fel és átlagos értéke mint állandó hiba terheli méréseinket. A bevezető részben közölt táblázat szerint Budapest szföv. sokszögelése alkalmával mért hosszak állandó hibája mintegy $+ 10 \text{ mm}$ egy 100 m-es távolságban. Ennek a meglehetősen nagyértékű és szokatlan előjelű állandó hibának az okát egyesek a komparátor pad rugalmas alakváltozásában keresték. A fentiekben elvégzett részletes vizsgálat célja éppen az volt, hogy kimutassuk, hogy ez a hibaforrás hozzájárulhat ugyan az állandó hiba értékének megszabásához, megmagyarázására azonban nem elegendő. Mindenesetre figyelmeztet arra, hogy nem elég merev komparátor pad alkalmazása esetén veszélyes hibaforrás lehet és ezért különösen a lécsúlyolvasásainak végzésekor ügyelnünk kell arra, hogy a lécet csak könnyedén szorítsuk le.

Ami mármost az l_0 hossz meghatározásának megbízhatóságát illeti az állandó hibák nélkül, az a pad k_0 hosszának középhibájából és a léchez tartozó ékleolvasás középhibájából tevődik össze. Az utóbbi összetevőnél figyelembe kell venni, hogy a fentebb említett $\pm 0,010 \text{ mm}$ ékleolvasás-középhiba egyetlen leolvasásé, a lécek komparálásakor pedig négyet végzünk. Így ez úton a léchossz középvetlen hibájára $\pm 0,014 \text{ mm}$ körüli értéket kapunk.

Minden komparálás alkalmával két lécsúly hosszát határozzuk meg. A két l érték különbsége a léchosszak valódi (gyártási) különbségéből és a két meghatározás hibájának összegéből keletkezik. A két lécsúly anyaga sohasem homogén, tehát a lécsúly hosszának megváltozása nem teljesen azonos értékű a két lécsúlynál: a „valódi különbség” nem állandó. Változása azonban másodrendű kicsiny mennyiségnek tekinthető, így a léchossz különbségek nagyobb sorozatának középértéke a „valódi különbség”, az egyes különbségek és e középérték eltérése pedig a két lécsúly hosszának meghatározásában elkövetett véletlen hibák összegét adja. Ezek négyzetösszegéből tehát egyetlen léchosszmeghatározás középhibája levezethető. Vagyis, ha képezzük n komparálás alapján az a és a b lécsúly $l_a - l_b$ különbségeit, majd ezek középértékéből rendre levonjuk az egyes $l_a - l_b$ értékeket, a kapott D különbségekből

$$\sqrt{\frac{[DD]}{2n}}$$

alapján egyetlen l érték közép-véletlenhibáját nyerjük. Hogy a „valódi

különbségnek“ az anyag nem homogén voltából eredő megváltozása ne terhelje a levezetett középhiba-értékeket, azért egy hosszabb időre kiterjedő mérés valamennyi $l_0 - l_b$ különbsége nem vonható egybe, hanem 10—12 értékből álló csoportokra külön-külön célszerű képezni a középhibákat, a D értékeket és ebből a középhibát. Az $l_a - l_b$ különbség értéke ugyanis általában lassan, az időjárási viszonyok szerint változik, növekedik és csökken, így nem túlságosan hosszú időközön belül megváltozása nincs lényeges befolyással a D értékekre. Három lécpár komparálási adatai alapján ilyen módon kiszámított középhibák quadratikusan középértéke $\pm 0,015$ mm, ami jól megegyezik a fentebb levezetett $\pm 0,014$ milliméterrel.

A léchossz közép-teljes hibájának megállapítása végezt figyelembe kell vennünk még k_0 meghatározásának állandó hibáját is. Ennek értéke mint láttuk $\pm 0,036$ mm, tehát a teljes hiba:

$$\mu_L = [0,036^2 + 0,015^2]^{\frac{1}{2}} \approx \pm 0,040 \text{ mm}$$

Lüdemann (15) erre vonatkozóan $\pm 0,030$ mm-t vezetett le.

Kétségtelen tehát, hogy a komparálással elérhető a normálméter egyenlete által megszabott 1/100 000-es relatív pontosság. Nem érvényes természetesen ez a megállapítás akkor, ha akár a normálméter hőmérsékletének hibás megállapítása, akár a pad, vagy a lécs rugalmas alakváltozása következtében a komparálásunknak a k_0 meghatározásának állandóhibáját (a 0,036 mm-t) meghaladó szabályos hibával van terhelve.

III. A mérőléc.

A megelőző fejezetben emlékeztettünk arra, hogy a komparálással meghatározott l_0 léchossz, azaz a végtelek A , illetve B pontjának távolsága különbözik attól az l értéktől, amellyel ez a távolság a mérés végrehajtásakor jelentkezik. Említettük az is, hogy l_a az A és B pontoknak távolsága akkor, amikor a léctalp a függőleges hosszmetszetben egyenes.

Az alábbiakban l_0 -t megváltoztató okokkal foglalkozunk.

1. Rugalmas alakváltozások.

A lécs mérésakor két végén alá van támasztva, tehát jó közelítéssel mint kéttámaszú tartó szerepel. Láttuk, a keresztmetszetek súlypontjai felülről domború görbét adnak, mintegy 10 mm-es ívmagassággal. Az ív igen lapos, így tekinthetjük parabola ívnek. A keresztmetszetek nem állandó területűek, azaz a lécs a rugalmas alakváltozások szempontjából, mint kéttámaszú, változó keresztmetszetű, görbe tengelyű rúd kezelendő. Ennek következtében szilárdsági tengelye nem azonos a súlypontok vonalával, az ív igen lapos volta miatt azonban ez a különbség elhanyagolható [21].

Tudjuk, hogy mérésakor a lécvégpontok magasságkülönbségének megállapítása végezt az ingás szintező műszert és lécet a mérőlécre he-

lyezzük. Ez a két lécvégteől 50—50 cm-re egy-egy koncentrált erőt jelent. Az alakváltozásokat két lépésben fogjuk vizsgálni: először az önsúly, azután a két koncentrált erő hatására keletkezőt tesszük vizsgálat tárgyává.

A lécsúly következtében lehajlik, a léctalp homorú ív lesz a függőleges metszetben mintegy 3 mm ívmagassággal. Ennek megfelelően a súlyvonal ívmagassága is csökken, az A és B pont távolodik, a léchossz növekedik. Már az előző fejezetben is előfordult hasonló alakváltozás folytán beálló hosszváltozás s láttuk, hogy az mindig két részből áll: a rugalmas vonal húrhosszáinak megváltozásából és a végélek elfordulásából. Mivel a súlyvonal az A , illetve B pont felett van, a végélek kifelé fordulnak el, tehát a kétféle okból eredő hosszváltozás összegeződik. Az előzőkhöz (18.), hasonló jelöléssel élve, de az önsúlyból eredő ívmagasság-változást f_p helyett f_q -val jelölve a hosszváltozás

$$\xi_q = 2 f_q \left(\frac{2 f_0 + f_q}{3} + r' \right)$$

A mérésakor a léchossz

$$l_{0q} = l_0 + \xi_q$$

lesz, ha tehát számításainkat l_0 -vel végezzük, a számított hossz a helyesnél kisebb lesz. ξ_q tehát + előjelű szabályos hibát jelent méréseinkben. Mint említettük $f_q \sim 3$ mm, a többi mennyiségnek már fentebb is használt értéke mellett tehát

$$\xi_q \cong + 70 \mu$$

A lécsúly egyik végétől 50 cm-re ható 1 kg erő hatására a kéttámaszú tartó alakváltozási diagramja szerint a lécközép lehajlása 0,4 mm. Ha mindkét végétől 50 cm-re van 1—1 kg erő, úgy a lehajlás közepén 0,8 mm. Az ingás szintező műszer és léccének súlya nem egyforma, tehát a lécre ható két erő sem egyenlő. A lécet a figuráns könnyedén tartja, itt a lécre adódó erő alig lehet több a lécsúlyánál. Vezető 1,5 kg-nak. Nehezebb a másik erő megbecslése. Ez ugyanis a műszer nagyobb önsúlyán kívül már azért is nagyobb, mert az észlelő a műszer lehető nyugodt tartása végett akaratlanul is kissé rátámaszkodik a lécre. Ennek mértékét megbecsülni se igen lehet, egyénenként és még a terep szerint is különböző. A tapasztalat szerint a lécközép az önsúly és a szintező felszerelés súlya következtében együttesen kb. 5—6 mm lehajlást mutat. Ebben az esetben a léchossz-változás teljes értéke

$$\xi_t = + 123 - + 152 \mu$$

Ebből következik, hogy a szintező felszerelés a léchosszakat

$$\xi_s = + 72 - + 82 \mu$$

-vel növeli meg, ami 100 m távolságban +1,8—+2,0 mm hibát jelent. Ezt az értéket azért emelem ki külön, mert az ingás szintező felszerelés által ez úton okozott állandó hiba vizsgálatára végeztem néhány kísérletet:

+1,2 és +4,4 mm között váltakoznak s bár csak 6 vonalról van szó, a záróhibák átlagos értéke +2,4 mm ép, mert az egyes értékek nem mutatnak nagy eltéréseket, elég megbízhatónak tekinthető. Ha feltesszük, hogy ez a hiba teljes egészében a léccsalakváltozása következtében állott elő, úgy egyetlen léchossz hibája közel +0,100 mm. A léctalp lehajlásának tapasztalt értéke (5—6 mm) alapján ez az érték közepesen $\sim +0,138$ mm kellene legyen. Ez az összehasonlítás is arra vezet tehát, a kísérletekkel egybehangzóan hogy a középső keresztmetszet lehajlásából számított hosszváltozás, — ép a léccsal valódi szilárdsági jellege és a számításba vett közelítő alak eltérése miatt, — a helyes értéknél valamivel nagyobb. Minthogy a fenti záróhiba értékben még egyéb pozitív előjelű hibák is lehetnek, azt kell megállapítanunk, hogy a rugalmas alakváltozás következtében, az önsúly és az ingás szintező felszerelés terhének együttes hatására fellépő állandó hiba 100 m-ként +2 mm körüli érték.

2. A hőmérséklet és a nedvesség befolyása.

A fából készült mérőléc hosszát a levegő hőmérsékletének és páratartalmának (nedvességének) változásai befolyásolják. A különböző fafajták hosszváltozásának összefüggését a hőmérséklettel és nedvességgel először Goulrier [17] vizsgálta meg. A vizsgálatok kiterjedtek természetes állapotú és olajjal itatott, illetve olajfestékkel mázolt farudakra is. A mérőléc szempontjából az utóbbi érdekel különösképpen. A kísérleti eredmények alapján Goulrier megállapította az 1°C hőmérséklet, illetve 1% páratartalom változás következtében beálló hosszváltozást. A kísérleti eredmények azonban azt is kimutatják, hogy a hosszváltozás és hőmérséklet, illetve páratartalom összefüggése meglehetősen bonyolult függvény úgy, hogy a levezetett együtthatók birtokában a mérőléc hosszváltozásait még akkor sem tudnók teljes szabatossággal leírni, ha a hőmérsékleti, illetve a nedvességre vonatkozó adatok időbeli változásáról hű képünk volna. A nedvesség-értéket általában sohasem mérjük, a hőmérsékletet pedig csak komparálásakor, egy a mérés helyétől távollévő meteorológiai állomás adataiból pedig egyebek között már csak azért sem lehet a léccsal hosszváltozásaira következtetni, mert a léccsal napi mérési munka befejezése után ládába csomagoljuk, tehát merőben más levegőréteg hatásának tesszük ki, mint az, amely merőeszközeinkre hat.

A légköri viszonyok hatásának kiküszöbölése szempontjából éppen ezért a hőmérséklet-, és a páratartalom együttható gyakorlati jelentőséggel nem bír: a kiküszöbölés eszköze a komparálások számának növelése. A hossz mérés végrehajtására vonatkozó utasítások ép ezért előírják, hogy két komparálás időköze egy bizonyos határértéknél még akkor sem lehet nagyobb, ha közben erősebb időjárás változás nem is állt be. Ez a határérték pl. Budapesten 6 nap; a léccsal megváltozásának lehető kiküszöbölése végett azonban naponta, vagy másodnaponta komparáltak a legtöbb csoportban.

A komparálás eredménye az l_0 léccsal hossz, vagy ha L -el jelöljük a léccsal névleges hosszát (esetükben $L = 4000$ mm), úgy a

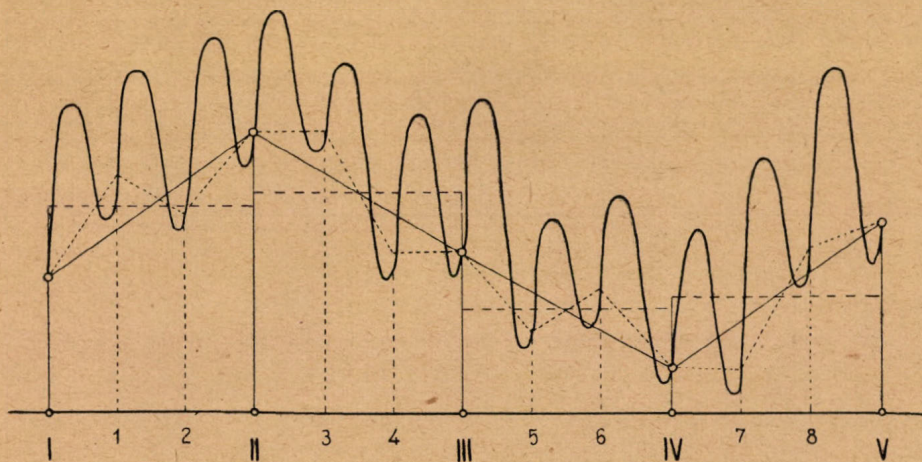
$$j = l_0 - L$$

komparálási javítás. j természetesen lécenként különböző. A j komparálási javítás felhasználása különféleképp történhet: eljárhatunk úgy, hogy a komparálásokat páronként összefoglaljuk s ugyanazon léchez tartozó két j érték számtani közepével számítjuk a két komparálás közötti időben végzett méréseinket (*középjavítás*), de megtehetjük azt is, hogy két egymást követő komparálásból származó j érték különbségének egy napra eső értékéből lineáris elosztással számítjuk a léchossznak az időköz egyes napjain figyelembe veendő *napijavításait*. Napenkénti komparálásnál indokolt a napi méréseket az azon a napon levezetett léchosszal (javítással) számítani.

Minden esetben felmerül a kérdés, mennyi lehet a számításba vett és a valódi léchossz különbsége.

A hőmérséklet és páratartalom változások kétségtelenül visszatükröződnek a léchossz értékekben, a léchossz-változás szeszélyesen változó görbe, a komparálással a görbe egyes pontjait ragadjuk ki és a görbét egy lépcsőzetes (*középjavítás*), vagy a kiragadott pontokon átmenő törtvonallal (*napijavítás*) közelítjük meg.

A 9. ábrán I—V jelzik azokat a napokat, amelyeken komparálást végeztünk. Ha a közbeeső, arabs számokkal jelzett napokon is kompa-



9. ábra.

ráltunk volna, megállapíthatók lennének a lécek egyik napról a másikra bekövetkező *napi-hosszváltozásai*. A hőmérséklet napközben erősen változik, ez a változás minden valószínűség szerint hatással van a lécre is, így a léchossz valószínű változásait leginkább a vastag vonallal kihúzott görbe mutatja. Ha napközben is komparálnánk, úgy a görbének még több pontja válna ismeretessé és így képet alkothatnánk a lécek napi *hossz-ingadozásairól*, a nap folyamán bekövetkező hossz-változásokról.

A felvetett kérdés megoldása: a valódi léchossz és számításba vett léchossz különbségének nagysága, csak úgy közelíthető meg, ha meg

tudjuk állapítani a napi változások és a napi ingadozások értékét, legalább is becslésszerűen, átlagos értékben.

A vizsgálatot a napi hossz ingadozással kezdjük. Evégett felteszünk, hogy minden nap komparálunk. Az ezzel kapcsolatos vizsgálat annyival is érdekesebb, mert könnyű belátni, hogy a napi hossz ingadozás könnyen szabályos hibára vezet. A napi hossz ingadozás u. i. teljesen szabályos jellegű, amint a napi hőmérséklet változás is az, a maximum és minimum időpontjai havi átlagban ugyanabban az időpontban vannak, csak évszakos eltolódás tapasztalható. Ennek következtében elegendő úgy beosztani a mérést, hogy a naponkénti komparálást mindig ugyanabban az órában és akkor végezzük, amikor az ingadozás valamelyik szélső értéke körül van a lécszál hossza, az egész napi változás akkor mint szabályos hiba fogja terhelni méréseinket minden mérési nap egyformán úgy, hogy az ingadozás átlagos értéke végül is mint állandó hiba jelentkezik. Így Budapesten a komparálások általában reggel a mérések megindulása előtt történtek, vagy ez az eset fordult elő Wiesbaden mérésénél is [20], ahol pedig a délelőtti munka befejezésekor (a déli ebédszünet előtt) végezték a komparálásokat.

Avégett, hogy a napi hossz ingadozások mértékét megállapíthassuk és számbavehessük, hogy ezen az úton keletkezhessen-e valóban észrevehető hiba méréseinkben, ismernünk kell a hosszváltozás hőmérsékleti és páratartalom-együtthatóját és a megfelelő légköri adatok napi ingadozásának mértékét is. Ezen a ponton hasznosíthatjuk tehát Goulier kísérleteit és az egyéb e kérdéssel kapcsolatos vizsgálatokat.

Goulier kísérletei mindenekelőtt arra mutattak rá, hogy a hőmérséklet és a páratartalom *együtt* szabják meg a lécszál hosszváltozásait. Ennek megfelelően 1° hőmérséklet változásnak, vagy 1% páratartalom változásnak megfelelő hosszváltozás az egyidejű páratartalom, illetve hőmérséklettől is függ. Olajfestékkel mázolt fenyőlécek esetében az 1° -nak megfelelő hosszváltozás méterenként

5%	60%	100%
relatív nedvesség mellett		
0,0055	0,0110	0,0049 mm

átlagosan. Viszont 1% nedvességváltozás 15°C állandó hőmérséklet és 5–73% nedvesség határok között méterenként ugyancsak olajjal mázolt fenyőfélénél

0,0060 mm

hosszváltozást idéz elő. Lényeges körülmény, hogy a nedvesség növekedésével a farudak hossza csak egy bizonyos kritikus páratartalom értékig növekedik, ezen túl ismét csökken. Ez a kritikus páratartalom érték azonban a hőmérséklettől függ, és pedig

0°	hőmérséklet körül		95%
$+20^\circ$	„	„	85%
$+50^\circ$	„	„	75%

Ez a megállapítás igen lényeges, mert az következik belőle, hogy normális nedvességartalom mellett a lécek nedvesség okozta hosszváltozása csekély értékű és előjele pozitív és negatív is lehet, azaz teljesen szabálytalan jellegű.

A Goulier-féle kísérleteknél a kísérleti farudak a hőmérséklet, illetve a nedvesség hatásának olyan huzamosan voltak kitéve, hogy a megfelelő hosszváltozások bekövetkezhessenek. Kérdés azonban, hogy az a rövid idő, amely alatt az egész napi hőmérséklet és nedvesség változás végbe megy, elegendő-e a megfelelő hosszváltozások kiváltására. Annál is indokoltabb ez a kérdés, mert Goulier kísérletei rámutattak arra is, hogy ép az olajjal való festés teszi legellenállóbbakká a léceket, különösen a nedvesség változásokkal szemben. Igaz ezzel szemben, hogy lényeges tényező az előbb említettek szerint nem a nedvesség, hanem a hőmérsékletváltozás.

Már a bevezetőben rámutattunk arra, hogy a hosszmérőlécek ilyen vizsgálatra nem nagyon alkalmasak, nemcsak, mert a komparáláskor csupán hőmérséklet megállapításra szorítkozunk, de azért első sorban, mert a lécek két komparálás közben igen sokféle hőmérsékleti és egyéb hatásoknak vannak kitéve úgy, hogy a hosszváltozások a két komparálás időpontjában leolvasott levegő hőmérséklettel kivételes esetektől eltekintve kapcsolatba nem hozhatók.

Ezzel szemben igen alkalmasak erre a célra a szintezőléc komparálások. Szintezőléceket u. i. a napi mérési munka előtt és után, illetve külön a délelőtti és a délutáni mérés előtt és után komparálni kell, ez a két összetartozó komparálási adat pedig már minden bizonnyal kapcsolatba hozható a megfelelő hőmérsékletkülönbséggel. Felvetett kérdésünk szempontjából pedig még az a nagy előnye is van, hogy a két komparálás között csak néhány órai különbség lévén arra is választ kapunk, hogy a lécváltozás milyen gyorsan követi a hőmérséklet, illetve páratartalom változásokat. Előnye még az is, hogy rendszerint páratartalom meghatározások is történnek a komparálással egyidejűen, tehát ennek hatása is tanulmányozható.

A vizsgálat elvégzésére azokat a komparálásokat használtam, amelyeket dr. Guóth Béla végzett Budapest I. r. szintezése alkalmával. Egy tanulmányában megemlíti dr. Guóth [5], hogy „1 C° hőmérsékletváltozásnak átlag 0,005 mm léchosszváltozás felel meg” és grafikonokat is mutat be, amelyek igazolják, hogy a léckomparálási együttható és a hőmérsékleti görbe csaknem párhuzamos lefutású. Minthogy vizsgálatomhoz részletesebb adatokra volt szükségem, az eredeti mérési jegyzőkönyv feljegyzéseit használtam fel.

A vizsgálat első lépése az volt, hogy 34 komparálás eredményéből kiszámítottam a hőmérsékleti és páratartalom együtthatót. A számítás elvégzése végett feltettem, hogy a Δh hosszváltozás, a Δt hőmérséklet és Δp páratartalom változás és a megfelelő ϑ és ν együtthatók összefüggése lineáris a

$$\Delta t \cdot \vartheta + \Delta p \cdot \nu = \Delta h$$

egyenlet szerint és mivel minden komparálás a Δt , Δp és Δh -ra egy

összetartozó érték-hármaszt ad, ϑ és ν a 34 komparálásból kiegyenlítőssel nyerhető. Az eredmények az alábbiak:

$$\vartheta = +0,0060 \text{ mm} \pm 0,0010 \text{ mm}$$

$$\nu = +0,0001 \text{ mm} \pm 0,0004 \text{ mm}$$

A ν érték csekély volta, méginkább középhibájának nagysága igazolja, hogy a páratartalomváltozás hatása csekély és szabálytalan jellegű.

Ezt mutatta a vizsgálat következő lépése is. Kiválogattam azokat a komparálásokat, amelyek azonos nedvességérték mellett történtek. A hőmérsékletváltozás és hosszváltozás ez esetben aggodalom nélkül összekapcsolható. A hőmérsékleti együttható ebben az esetben $+0,0070 \text{ mm} \pm 0,0009 \text{ mm}$. Ezután fordítva, azokat a komparálás-párokat vettem elő, amelyeknél a hőmérséklet állandó és a nedvesség változik. Amíg az előbbi esetben a hosszváltozás és hőmérsékletváltozás mindig azonos előjelű volt, addig itt, egyébként jó megegyezésben Goulrier ismételtlen idézett megállapításával, az összetartozó páratartalom és hosszváltozás értékek előjele szeszélyes váltakozásokat mutat úgy, hogy a páratartalom együttható középhibája ($\pm 0,00036$) nagyobb, mint az együttható átlagos értéke ($\pm 0,00023 \text{ mm/m}$ és $\%$).

A fenti vizsgálatokból, így első sorban a legutóbbiból, ahol a két komparálás időköze kb. 5 óra, a hőmérsékletkülönbség pedig általában 4°C volt, azaz 5 óra alatt mintegy $0,028 \text{ mm/m}$ léchosszváltozás következett be, — megállapítható, hogy a hosszváltozás elég gyorsan követi a hőmérsékletváltozásokat és a levezetett $\pm 0,006 \text{ mm/m}$ és $^\circ\text{C}$ együttható a napi hossz ingadozások megbecslésére is felhasználható. Megállapítható ezenkívül az is, hogy a nedvességváltozás befolyása valóban igen csekély úgy, hogy további tárgyalásaink során elegendő a hőmérsékletváltozás hatásának vizsgálatára szorítkozni.

A hőmérsékleti együttható fentebbi értékei szintezőlécra vonatkoznak. Említettem már, hogy hossz mérőlécekkel kapcsolatban csak kivételesen adódik olyan eset, amikor a komparáláskor feljegyzett hőmérsékletek különbsége a megfelelő léchosszváltozásokkal aggodalom nélkül összefüggésbe hozható. Ez a kedvező eset állt elő a székesfőváros háromszögelésével kapcsolatos hossz méréseknél használt 7—8. számú lécpárral kapcsolatban. Ezzel a lécpárral mérték a város forgalmas helyein fekvő magasponti levezetésekhez tartozó alapvonalakat, a lécek állandóan szabadban voltak, így hosszváltozásukat csak a külső levegő befolyásolhatta. A komparálások közül csak azokat használtam fel, melyek időköze 24 óránál nem nagyobb. Ezekből a hőmérsékleti együttható $+0,0065 \text{ mm}$ és $^\circ\text{C} \pm 0,0038 \text{ mm}$ középhibával. Az, hogy a középhiba lényegesen nagyobb, mint a fentebbiekben meghatározott értékeké, világosan mutatja, hogy a hosszváltozásban már nem csak a két komparáláskor feljegyzett hőmérséklet tükröződik vissza, hanem a nap folyamán lefolyt hőmérsékletváltozások is, amelyeket azonban figyelembe nem vehettünk.

Ha e vizsgálatok alapján megállapodunk a hőmérsékleti együttható értékében — legyen ez a szintezési eredményekből levezetett $+0,006 \text{ mm/m}$, $^\circ\text{C}$, — akkor a hossz ingadozás értékének megbecs-

lése végett még a napi hőmérsékletváltozás lefolyásáról kell néhány adatot ismernünk.

Abból a célból, hogy ezek a meteorológiai adatok a szföv. sokszögelésének vizsgálatakor is felhasználhatók legyenek a napi hőmérsékletváltozások lefolyását az 1936—1938. évi adatok alapján ismeretem, minthogy a fővárosi lécmérések erre az évre esnek legnagyobb részben.

Rendelkezésemre állottak napról-napra a 7, 14 és 19 órai hőmérsékletek, 1938. évtől még a 2 órai is. Lényeges az első három. Ugyanis az első megfelel a munkakezdet időpontjának, legfeljebb télen valamivel később, nyáron valamivel előbb volt a munkakezdet, a második a napi maximum közelébe esik, a harmadik pedig a munka befejezését követi, így a munkátartama alatti hőmérséklet mindig interpolálással nyerhető.

A hőmérsékleti adatok közül minket elsősorban kettő érdekel:

a) a hőmérsékletváltozás átlagosan 7 és 14 óra között. Ez körülbelül megfelel a mérési munka megkezdése és a napi maximum közötti hőmérsékletkülönbségnek;

b) az előbbi érték előforduló maximuma.

A későbbiekben szükségünk lesz még egy adatra:

c) a 7 órai hőmérséklet változása napról-napra átlagos értékben.

Ezeket az értékeket az alábbi táblázat mutatja az év minden egyes hónapjában az 1936. és 1938. évi adatok középértéke alapján:

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
I.	+ 3,0	+ 7,0	± 2,8
II.	+ 4,6	+ 12,0	± 2,0
III.	+ 6,4	+ 15,0	± 2,7
IV.	+ 5,1	+ 11,5	± 1,6
V.	+ 6,0	+ 10,0	± 1,8
VI.	+ 5,8	+ 10,5	± 1,9
VII.	+ 6,1	+ 8,5	± 2,2
VIII.	+ 5,8	+ 10,0	± 1,8
IX.	+ 7,8	+ 14,0	± 1,8
X.	+ 5,8	+ 14,5	± 2,2
XI.	+ 3,6	+ 9,5	± 2,0
XII.	+ 2,2	+ 7,0	± 2,6

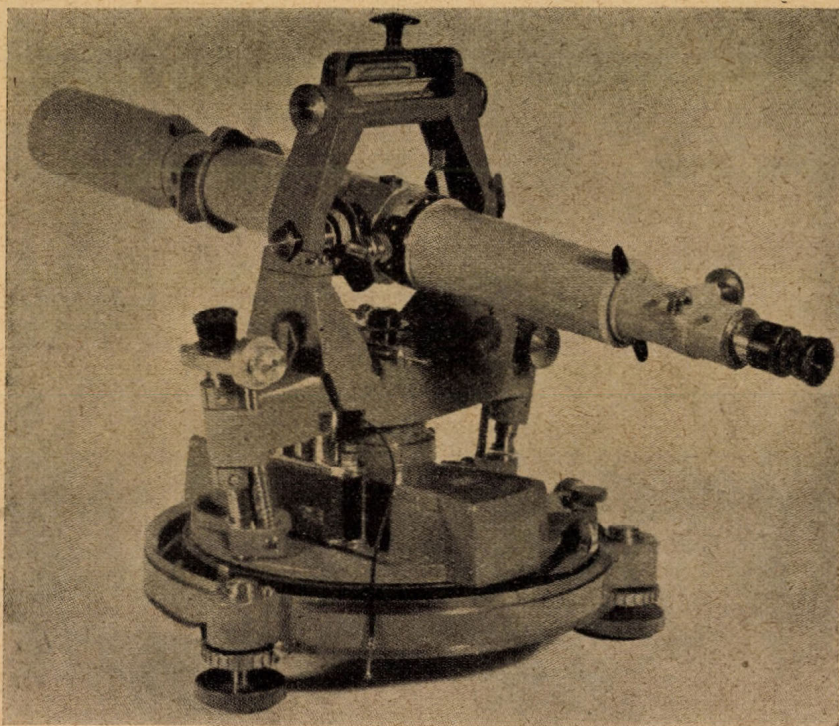
A tavaszi és őszi nagy nappali hőmérsékletváltozás tehát általában 6—7 C°, de elérhet 15 C°-ot is; nyáron a hőmérséklet valamivel egyenletesebb, a téli hónapokban pedig általában nincs számottevő hőmérsékletváltozás a mérési idő alatt.

Szemle.

A Nachrichten aus dem Vermessungsdienst, Mitteilungen des Reichsamts für Landesaufnahme 1943. évi 4. számban megjelent Gigas-féle cikk ismertetése.

Gigas E.: Új teodolit I. rendű észlelésekre.

1942 tavaszán a berlin-friedenau Askania Művek elkészítették a fényképregisztráló berendezéssel ellátott I. rendű teodolit első példányát. A műszert azóta a gyakorlatban is alkalmazták és alaposan kipróbálták úgy, hogy ma már biztos tapasztalatokon alapuló ítéletet mondhatunk róla.



1. ábra.

Ismeretes, hogy az I. rendű hálózat szögeinek és irányainak észlelése a nap bizonyos óráihoz kötött. Általában csak délután fél-, egy óra az az időtartam, mely alatt biztos irányzás lehetséges, mivel a fényjelek, — mint azt főhálózat észlelésében kivétel nélkül észrevetkék, — a nap többi szakában vagy egyáltalában nem láthatók, vagy annyira elmosódottak és nyugtalanok, hogy gondos irányzás teljesen lehetetlen. Az észlelési idő nyáron nagyjában az esti órák felé tolódik,

ősszel és kora tavasszal pedig a korai délután a legkedvezőbb. Az észlelési lehetőséget csak egészen kivételes körülmények, — teljesen borult ég és tökéletesen nyugodt légkör, — hosszabbíthatják meg pár órára.

Az éjjeli észlelés sem minden éjjel lehetséges. A levegő naplemente utáni nagy páratartalma, és a fénysugár útjának a föld felszínéhez való közelsége azt eredményezi, hogy a fények hatalmas fáklyák módjára változtatják állandóan alakjukat, s látszólag ide-oda vándorolnak.

Segíthetünk magunkon úgy, hogy a mozgó fényjeleket — esetleg okulármikrométeres távcső alkalmazásával — többször irányozzuk be, az eredmény azonban így sem mindig kielégítő.

Ezeknek a megfontolásoknak alapján merült fel a Birodalmi Földmérési Hivatalnál (Reichsamt für Landesaufnahme — R. f. L.) az a gondolat, hogy a sok időtrábló leolvasás helyett fényképes regisztráló berendezést alkalmazzanak. Általában az I. rendű oda-vissza szög-mérésnek időtartama 4—8 perc, melyből a 4 irányzásra kb. 1—2 perc jut, a többi pedig a mikroszkóp leolvasásokra és a jegyzőkönyvvezetésre esik. Hogy az időt lehetőleg lerövidítsék, a R. f. L. háromszögelő-csoportja a második mikroszkóp leolvasásához segédészlelőt alkalmaz. Azonban annak következtében, hogy az észlelő szemének váltakozva kell folytonosan alkalmazkodnia egyrészt az irányzásnál, másrészt az indexleolvasásnál, a szem hamar kifárad és ez befolyásolja az észlelés jószágát. Az új I. rendű műszernél a fényképes regisztrálás következtében elmarad a mikroszkópleolvasás. Elmarad a segédészlelő és a mérési időt a legnagyobb mértékben kihasználhatjuk. A Wild-féle I. rendű nagy teodolitnál, melynek körátmérője 14 cm, szintén fölösleges a segédészlelő alkalmazása, mivel itt a leolvasás optikai középképzéssel történik és ennek köszönhető, hogy ennél a műszernél a leolvasásra és jegyzőkönyvvezetésre fordított idő, a régebbi műszerekkel szemben csak félakkora. Mindazáltal még Wild-műszerrel sem használható oly tökéletesen ki az észlelési idő, mint a fényképes regisztrálással, mivel itt a leolvasásra és feljegyzésre fordított idő teljesen elesik. Ráadásul még a Wild-műszer használata a szemet erősen igénybe veszi. Wild-műszerekkel bel- és külföldön nagyon ellentétes tapasztalatokat szereztek. Részben kiváló eredményeket nyertek, néha pedig egyszerre oly nagy és megmagyarázhatatlan ellentmondások mutatkoztak, hogy ezek következtében a műszer tengelyrendszerének hibás voltára kell gondolni. Nehéz megmondani, hogy az ellentmondó eredmények honnan származnak, azt azonban mondhatjuk, hogy gondosan kezelt és alaposan megvizsgált Wild-műszerrel jó eredményt érhetünk el. A Wild-műszer csekély súlya és egyszerű kezelhetősége következtében számos feladatra nagyon ajánlható. Magas hegységekben való mérésekhez szinte nélkülözhetetlen. Azonban túlnyomó részben síkvidéki elsőrendű háromszögelésekhez előnyösebb a nagyobb limbuszátmérőjű műszer, mivel itt a kényelmes szállíthatóság kérdése nem annyira követelő szükség. Itt van aztán a fényképes regisztráló berendezéssel ellátott műszerek fő alkalmazási területe. Van továbbá sok olyan feladata, pl. mozgó magaspontok háromszögelése, ahol a fényképregisztrálás nélkülözhetetlen.

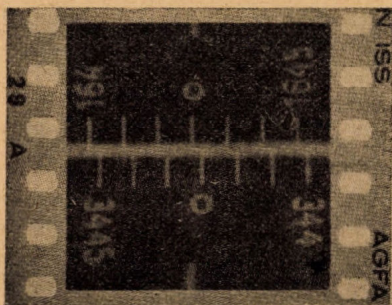
A műszer főelőnyei a következők:

1. az észlelési idő lehető legjobb kihasználása;
2. hibamentes, fényképezett jegyzőkönyv, mely bármikor lehetővé teszi az adatok független ellenőrzését;
3. az észlelő tökéletes befolyásmentessége, mivel a mérési eredményeket csak az észlelés befejezése után pár órával láthatja;
4. az észlelőnek csak a távcsőbe kell néznie, szemét tehát csak kis mértékben erőlteti meg, s ennek következtében a mérés pontossága fokozódik.

Hajlandók volnánk hátrányul róni azt, hogy az észlelő mérésének eredményeit nem látja rögtön. Azonban lépten-nyomon tapasztalhatjuk azt, hogy a fiatalabb s nem eléggé gyakorlott, de még öreg s kipróbált észlelő is téves következtetéseket von le új, megváltozott klímájú területen észlelései használhatóságára nézve és elhamarkodott ítéletre jut, jóllehet nem áll még rendelkezésére elégséges mérési anyag. Ép ezért az I. rendű észlelésekben az új műszer alkalmazása az elkövetkező évek alatt tovább terjed és újabb híveket szerez.

Ha figyelembe vesszük azt, hogy háború után a feladatok a főhálózatok észlelése terén hatalmasan megnövekszenek és kellőképpen tapasztalt észlelőszemélyzet kielégítő számban egész biztosan nem áll majd rendelkezésre, akkor mutatkoznak meg az új műszer előnyei teljes mértékben. Már a műszer mult évi kipróbálásánál is láttuk, hogy előnyeit tökéletesen csak újonnan szervezett észlelési rendszerrel lehet kihasználni.

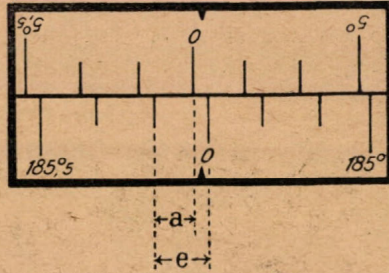
Az első fényképes regisztráló műszert egy szokásos 27 cm körátmérőjű I. rendű teodolit átépítésével készítette a berlin-friedneui Askania. A teodolitot magát szintén az Askania gyártotta. A műszer limbusza enyhén kupos, beosztása ezüst szalagon készült. Az átépítés nem volt egyszerű feladat, azonban az Askania mintaszerűen oldotta meg. Az 1. ábra a műszer nézete. A régi leolvasóberendezés (2 mikroszkóp) megmaradt, s így a műszert a régebben szokásos módon is lehet használni. A fényképes regisztrálás 2 helyen történik, melyek egymással szemben a régi leolvasóberendezéstől 90 fokra vannak. Hogy a fokok és 5 perces közők minden kétséget kizáró módon legyenek megállapíthatók, a beosztást sűrűbb számozással látták el. (2. ábra.) A kép a filmen hasonló a Wild és Zeiss teodolitok leolvasó mikroszkóp-



2. ábra.

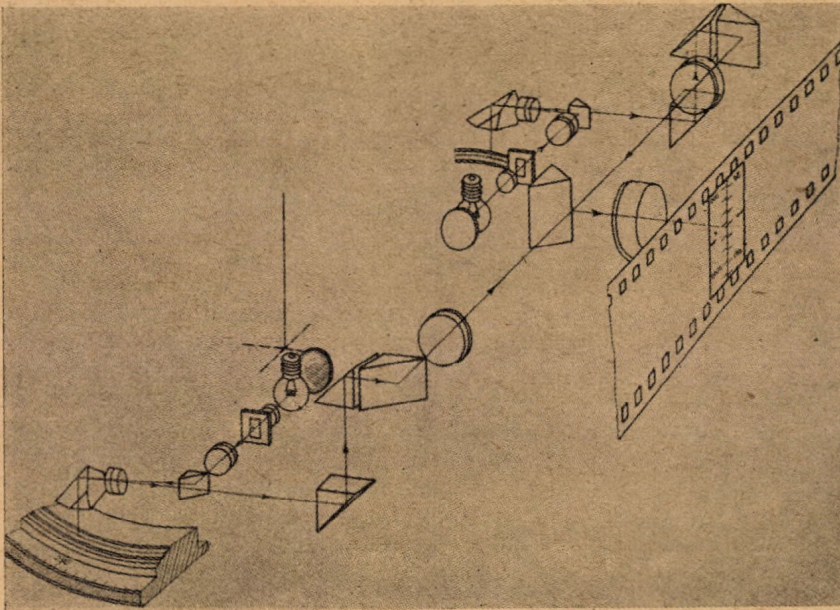
jának látómezőjéhez. A két leolvasási hely a felvételen egymással szembehe-lyezve látszik. Különleges kiértékelő berendezés segítségével a két beosztás ko-incidentiába hozható és a leolvasás a Wild és Zeiss műszerek módjára optikai közép- képzéssel történik. Mivel a munka megkezdésekor a kiértékelőberendezés még nem készült el, a kiértékelést segéd- módszerrel végeztük, mely mindenestre időrabló volt. A felső és alsó osztásvoná- sok eltérését egyszerű mozgószálas mik- roszkóppal mértük. A körosztáshibák

következtében a közök tágassága ± 15 pars eltérést is mutatott ($300 \text{ pars} = 60''$), azaz $\pm 3''$ -et, mely kerekben $= 1''$ körosztási középvetetlen hibának felel meg. Ezt az értéket a kiegyenlítés során nyert állomási középhiba is igazolta. Lübeck főfelügyelő által készített táblázat segítségével a 3. ábrán látható „a” méretet az „e” köz eltérései alapján megfelelő javítással láthatjuk el. A kiértékelés $1/10''$ -re történt, s két különböző észlelő egymástól függetlenül végezte, oda-vissza értelemben. Bár a számítás így több időt vett igénybe, mint a későbbi kiértékelésnél szükségesnek mutatkozott, mégsem okozott fennakadást, mivel olyan napszakban végeztük, mely nem volt észlelésre alkalmas.



3. ábra.

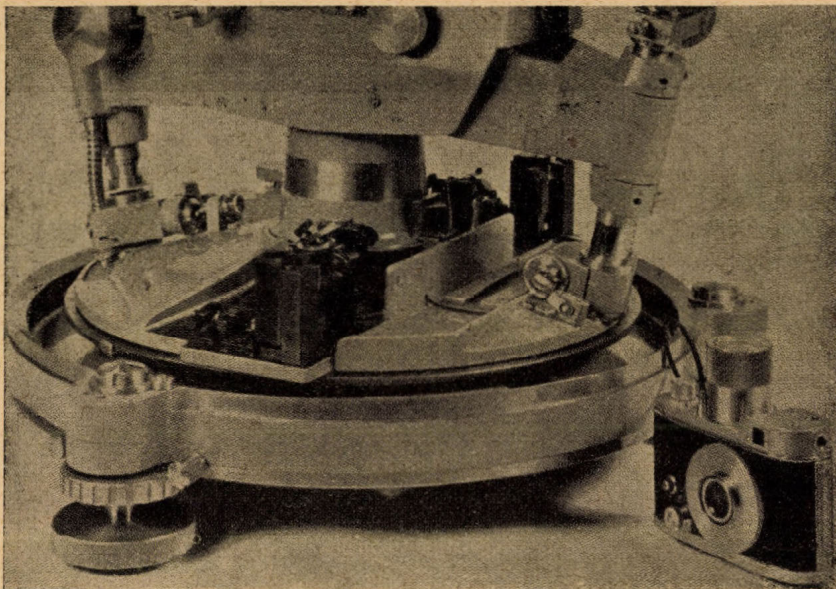
A 4. ábrán látható a fényképes regisztrálás elve. Mivel a limbuszosztás kúpos felületen volt, a fényképezés bizonyos nehézséggel járt.



4. ábra.

Egy izzólámpácska párhuzamossá tett sugárnyalábját fényrekeszen keresztül 2 enyhén hajló prizmával verették vissza s a fényképezőgép tárgylencséjéhez újabb 4 prizma továbbította. A prizmák és lencsék elrendezése a két átellenben lévő leolvasási helyen szimmetriás. A fényképezőgép szériagyártmányú Robot kamara, (5. ábra), objektíve azonban újszerkezetű. A Robot előnye, hogy a filmet a felvétel után önmű-

köddően viszi tovább. A kamara, melyre több mint 100 drb, egyenként 50 felvételt tartalmazó tekercset vettek fel, az első perctől kezdve kifogástalanul működött. Mivel a rendes fényképezőgépek általában nem készülnek hasonló igények kielégítésére, ajánlatos állandóan vinni ma-



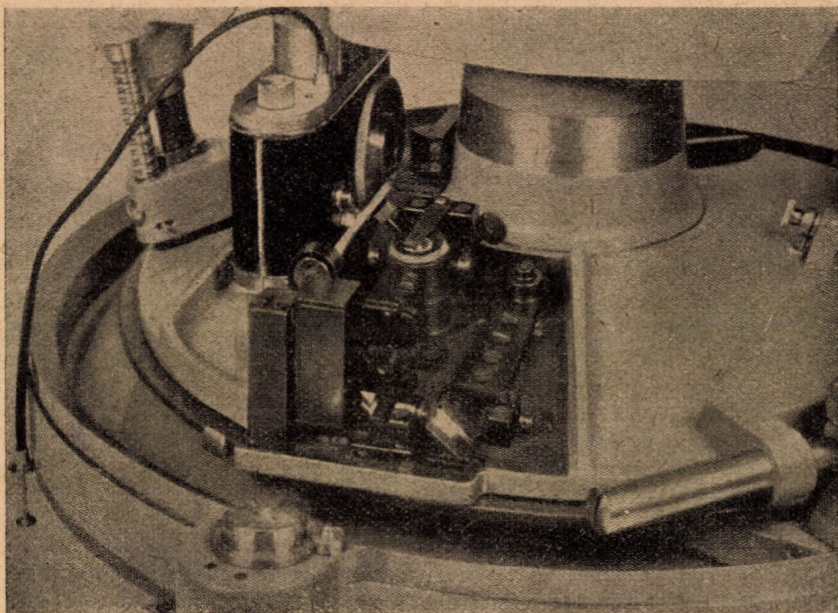
5. ábra.

gunkkal egy tartalék kamarát is. Egy tekercsre átlagban 4—4 leolvadásból álló 13 forduló vehető fel, tehát egy átlagos I. rendű műszerálláshoz 3—4 tekercs szükséges. Agfa-Isopan filmeket használtak, melyek napfény mellett is, sötétkamrán kívül cserélhetők. A 6. ábrán a kamara felépítése és az optika elrendezése látható, a védőburkolat nélkül. A fényképezőkamara objektívjén (lásd! 5. ábra) hüvelyalakú csavart találunk, mely a behelyezés után a védőburkolatba csavarható és a külső fény kiküszöbölését célozza. Ennek segítségével kerülhető el az is, hogy a kamra szállításközben a burkolatból kicsússzék. Az objektív alatt jobbra találjuk a pillanat zár beállító csavarját. A szükséges megvilágítási idő $1/10''$ — $1''$ között változott, az ezüstre osztott kör fényességi állapotának és az alkalmazott akkumulátor jóságának megfelelően. Ugyanazon a napon azonban állandó volt. Az akkumulátor felett lévő csavar a filmtovábbító rugó felhúzására szolgál. Ezzel a csavarral behelyezett kamránál is dolgozhatunk.

A filmfelvétel kiértékelésének élessége csak a limbusz jóságától függ. Egy forduló oda-vissza észlelésének ideje 2 perc, esetleg még rövidebb.

A műszerrel eddig végzett észleléseknél a mérési időt a legmesszebbmenően kihasználtuk, úgy, hogy gyakran egy kisebb — 3—4

irányból álló — I. rendű pont észlelése egyetlen délután készült el. Ezért a mérések már akkor kezdődtek, mikor még az irányzott pontok fényjelei nem állottak egész mozdulatlanul. Az eredmények erősebb eltérései erre vezethetők vissza. Mivel az észlelő az eredményeit csak



6. ábra.

napi munkája elvégzése után látja, nem tudja mérés közben az eredményeket megrostálni, így tehát előítéletmentesen végzi a mérést. A gyakorlat azt mutatta, hogy a mérés megismétlése nem volt szükséges. Az állomásfeltételek és a háromszögzárások kiváló jók voltak, jóllehet, egy szög észlelési értékei között néha $1,5''$ eltérés is adódott. A R. f. L. I. rendű méréseiben ez az eltérés egyébként a szokásos szélső határ és eddig a szabványos teodolitokkal, a mérés nagyszámú megismétlése mellett is, csak hosszú napokig, esetleg hetekig tartó észlelések eredménye volt. A végeredmény mégsem lett jobb. Ellenkezőleg, az állomási középhiba (m_s), továbbá a hálózati középhiba (m_n) és a Ferreo-féle (m_d) jelentékeny ellentmondást mutatott. Így az utóbbi évek méréseiben az (m_s) állandóan csak félakkorára adódott, mint az (m_n) és az (m_d). Tehát a valóságban nem értek el nagyobb pontosságot a jóval hosszabb ideig tartó észlelésekkel, és dús észlelési tapasztalatokkal.

Ennek igazolására a R. f. L. néhány új hálózatában lévő középhibákat az alábbiakban állítottuk össze:

	m_s	m_d	m_n
Pfalzi háromszöghálózat	0,"13	0,"24	0,"20
Nyugatporoszországi háromszöghálózat	17	17	33
Keletporoszországi háromszöghálózat	16	19	26
Összekötőláncolat	15	18	24
Mecklenburgi háromszöghálózat	08	21	27
Előpomerániai háromszöghálózat	11	22	25
Északbajorországi háromszöghálózat	08	22	23
Délbajorországi háromszöghálózat	08	21	33
Báden-Württembergi háromszöghálózat	10	22	28
Délporoszországi háromszöghálózat	16	27	36
Lengyelországi háromszöghálózat	10	28	33

Az m_s tehát állandóan 50%-kal kisebb az m_n -nél. Részben észrevehető az m_d alacsonyabb értéke, azonban ott, hol az észlelő más állomások eredményeibe nem pillantható be, rendszerint egyezik az m_d és m_n . Hasonló jelenségeket látunk a lengyelországi méréseknél is.

Tehát az észlelési idő túlzott elnyújtása semmi gyakorlati haszonnal nem jár. Az idő jó kihasználásával végzett, gyors észlelés körülbelül azonos m_s , m_d és m_n értékeket eredményez. Ezen alapul a fényképregisztráló teodolit nagy előnye. A gyors észlelés, melynél az észlelő minden befolyástól mentesen fejezi be feladatát, jöllehet esetleg nagyobb állomási középhibát eredményez, ez azonban jó összhangban van a hálózattal és a nemzetközivel. A műszer használata tehát a gyakorlatlan észlelőt is megkíméli a kínosan túlhajtott pontosságtól.

Az észlelések gyors végrehajtása eredményeképpen lényegesen nagyobb program véggezhető el, mint általában eddig. Az utóbbi évtizedekben az átlagos teljesítmény

napi 2,5 forduló, beleszámítva a kedvezőtlen időjárást és a helyváltoztatásokat,

4,5—8 forduló naponta, ha csak az észlelési napokat vesszük figyelembe, (aszerint, hogy heliotropot, avagy mesterséges fényforrást is kellett alkalmaznunk.).

Az új teodolit használatával az első adatnak napi 12, a másodikkal pedig majdnem napi 24 forduló felel meg.

Tehát négy—ötszörös teljesítmény növekedés várható, ha csak a gyakorlatlan fényküldő személyzet miatt, avagy különleges körülmények és nehézségek, pl. a háborús viszonyok következtében nem lépnek telkésleltető tényezők. Mindenesetre várható legalább háromszoros teljesítménynövekedés. Míg régebben az egyes állomások közti helyváltoztatásra fordított 2—3 nap a hosszú észlelési idő mellett alig jött számításba, addig a fényképregisztrálásnál fordított az eset. Itt az utazási idő lényegesen felülmúlja az észlelést. Célszerű tehát az észlelőszolgálat új megszervezése, hogy az észlelésre nem fordított időt lehetőleg megrövidítsük.

Az eddigi észlelésekben egy, különben régi alaptétel bizonyult be, melyet már régen megállapítottak, (pl. Nagel: Astro.-Geodät. Arbeiten f. d. europäische Gradmessung im Krönigreich Sachsen) és pedig az, hogy az észlelés nem egészen nyugodt iránypontok esetén a valósághoz

közelebb eső értékeket szolgáltat, mint eszményien mozdulatlan pontok esetében. Ezeknél gyakran fenn forog a légköri zavarok hatásának veszélye.

Ezt bizonyítják az új műszerrel való észlelések is akkor, midőn egy szöveget különböző világítási viszonyok mellett mértünk meg. A fény nyugtalansága csak csekély mértékben hat az eredmények jóságára.

Nagyobb, 60—70 fordulóból álló állomások észlelése természetesen több napot vesz igénybe, hacsak nincs különösen kedvező és hosszantartó észlelési idő. Ilyenkor a légköri zavarok kikapcsolódása is biztonságosabb. Hacsak egy nap észlelünk, igyekeznünk kell a kora reggeli kezdéssel és a legkedvezőbb időben való méréssel az egyoldalú refrakcióhatásokat kiküszöbölni. Ha az ember csak a legkedvezőbb félóra alatt észlel, míg a pontok tökéletesen nyugodtan állóknak látszanak, az észlelés bizonyos esetekben, pillanatnyilag fellépő kedvezőtlen légköri viszonyok eredményeképpen, hamis értékeket szolgáltathat. Még inkább fennforog ez a veszély, ha csak heliotrópfényt irányzunk. Könnyen megeshetik, ha több napon át ugyanazon napszakban hasonló légköri elváltozások lépnek fel, s bár az észlelés több napon át történt, az eredmények mégis hamisak, mivel mindig azonos feltételek mellett észleltettek.

Kedvezőtlen körülmények között, pl. partmenti észleléseknél, vagy szűk völgyfenéken, az irányzás hibája 2 — 3" is lehet, különösen akkor, ha mindig hasonló körülmények között észleltünk. Ilyen behatások elkerülése céljából a méréseket részben heliotrópokkal, részben borus-időben, és részben éjjeli pontjelzésekkel végezzük. Több állam az I. rendű állomást előírászerűen észlelteti kétszer, különböző időben, pl. tavasszal és ősszel. Közel fekszik az a gyanú, hogy az észlelések meggyorsítása következtében azok jósága szenved. A valóságban azonban a fényképregisztráló műszer első alkalmazásakor az észlelt 26 állomás közül csak 2 mutatott légköri befolyásokra visszavezethető eltérést, egyiknél 1,2", a másiknál 2,3" értékben. Mindkét esetben azonban csak egyetlen iránynál, ami az összes észlelésnek csak 1,5%-a volt. Ha figyelembe vesszük a teljesítmény jelentékeny fokozását, úgy a csupán szórványos esetben hibás irány miatt szükséges ismétlés egész jelentéktelen. Az észlelők bővebb tapasztalatai esetén a százalék még lejjebb esik. Hangsúlyozni kell továbbá, hogy a műszer első kikísérletezésénél az esetleges légköri irányvonaletérésekre való tekintet nélkül, nagyon sok állomás észlelését egyetlen délután teljesen befejezték, viszont, ha minden I. rendű állomást előírászerűen két észlelési napra osztottunk szét, a légköri befolyások veszélye még korlátozottabb lesz.

A fejtegetésekből látható, hogy a munkamenet gyorsítása nem hat szükségszerűen az eredményre. Semmiesetre sem helyénvaló nagyon félni ettől. A műszer helyes alkalmazásával hosszú háromszög láncolatokat mérhetünk, feltételezve, hogy a folyamatos észlelést nem akadályozzák bizonyos gátló körülmények.

Pl. egy átlagosan 30 km oldalhosszakkal bíró háromszögláncolatnál egyetlen észlelőcsoport 6 hónap alatt 750—1000 km hosszat mérhet be.

Összefoglalva az eddigieket, mondhatjuk hogy az új fénykép-

regisztráló I. rendű Askania-teodolit a következő előnyökkel rendelkezik:

1. Az észlelési időt a legnagyobb mértékben kihasználjuk.
2. Az észlelések biztonsága a gyors mérés következtében igen nagy, főleg nem nagyon szilárd építmények esetén.
3. A leolvasások a fényképezés következtében egyértelműen megmaradnak. Nincs leolvasási, leírási és fülhiba. Minden érték bármikor ellenőrizhető.
4. Az észlelő szemét kevésbé erőlteti meg, ennek következtében jobb észlelés lehetséges.
5. Az észlelés tökéletesen befolyásmentes. Az észlelő mérés közben nem tudja, milyen eredményeket nyer. Teljesen elesik az a veszély, mely főleg kezdőknél fordul elő, hogy nagy számú ismétlések esetén a helyes értéket gondolják hibásnak és a kedvezőtlen időben végzett méréseket tartják jónak.
6. Az észlelés egyenlő súlyú a rendes I. rendű teodolitokkal nyert eredményekkel.

A háború után az I. rendű munkálatok területén jelentkező nagy mérési feladatokban fog az új teodolit jelentékeny szerepet játszani, mert itt a segédészlelő felesleges. A film kiértékelését begyakorolt munkásokra bízhatjuk, s így a szakszemélyzetet tökéletesen kihasználhatjuk.

Kürti Vilmos.

Kérelem előfizetőinkhez!

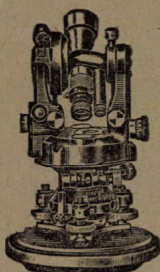
Mivel az előfizetők kis száma miatt a Közlöny kiadása egyre nagyobb nehézséggel jár, tisztelettel kérjük előfizetőinket, hogy a minden köszönetet kiérdemlő támogatásukon felül legyenek szívesek újabb előfizetők gyűjtésével is segítségünkre jönni. A hazai geodéziai tudomány fejlesztése érdekében vállaltuk a Közlöny kiadásának és szerkesztésének fárasztó és kockázatos munkáját s nagyon szomorú volna, ha a geodéziával foglalkozók közönye miatt vállalkozásunkkal fel kellene hagyni. Kérjük előfizetőinket, terjesszék a Közlönyt ismerőseik körében, továbbá igyekezzenek rábírni a könyvtárral rendelkező intézményeket, hogy a Közlönyt járassák.

E kérelemmel egyidejűleg be kell jelentenünk, hogy a nyomdai és a sokszorosító ipar jelentős és eddig tekintetbe nem vett drágulása miatt az előfizetési díjat 1944. évre 24 pengőben kell megállapítanunk.

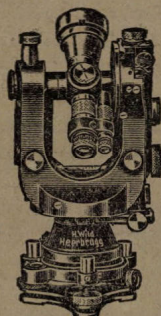
WILD teodolit sorozata

Leolvasási pontosság 360°-os körosztásnál:

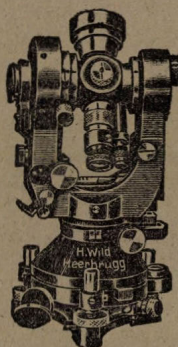
Tájélos teodolit	T0	1'	Egyetemes teodolit	T2	1''
Ismétlő teodolit	T1	6"	Preciziós teodolit	T3	0.2''



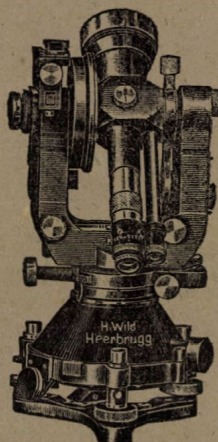
T₀



T₁



T₂



T₃

A WILD MŰVEK Heerbrugg (Schweiz)
„minden feladathoz a megfelelő műszert“

jelszóval állította össze ezt e négy műszerből álló sorozatát, mely hosszú gyakorlati és elméleti kísérletek eredménye.

Tökéletes pontosság, egyszerű kivitel és kezelés jellemzik a világhírű **WILD** műszereket.

Vezérképviselet:

„GAMMA“ FINOMMECHANIKAI
 GYÁRTMÁNYOKAT
 ÁRUSÍTÓ K. F. T. BUDAPEST.

Székház:

IX., KÖZRAKTÁR-U. A./2.

Mérnöki szaküzlet:

IV., APPONYI-TÉR 1.



20. —

MAGYAR OPTIKAI MŰVEK RÉSZVÉNYTÁRSASÁG

BUDAPEST, XII., CSÖRSZ-UTCA 35-43.

Sürgőnycím: „MOMER“

TELEFON 150-065*, 150-045*.

TEODOLITOK

•

EGYETEMES MŰSZEREK

•

TAHIMÉTEREK

•

FELRAKÓK

•

MÉRCÉK ÉS MÉRŐSZALAGOK

•

MÉRNÖKI FELSZERELÉSEK

•

LÁTCSÖVEK



F 963

1953
1963

H. 1

XX. évfolyam.

1944.

2. füzet.

GEODÉZIAI KÖZLÖNY

Szerkeszti és kiadja: **OLTAY KÁROLY** műegyet. nyilv. rendes tanár

Előfizetési ára: egész évre 24 P, félévre 12 P, negyedévre 6 P.

A szerkesztőség címe: Budapest, XI., Műegyetem.

Postatakarékpénztári csekkszámla száma: 45.223.

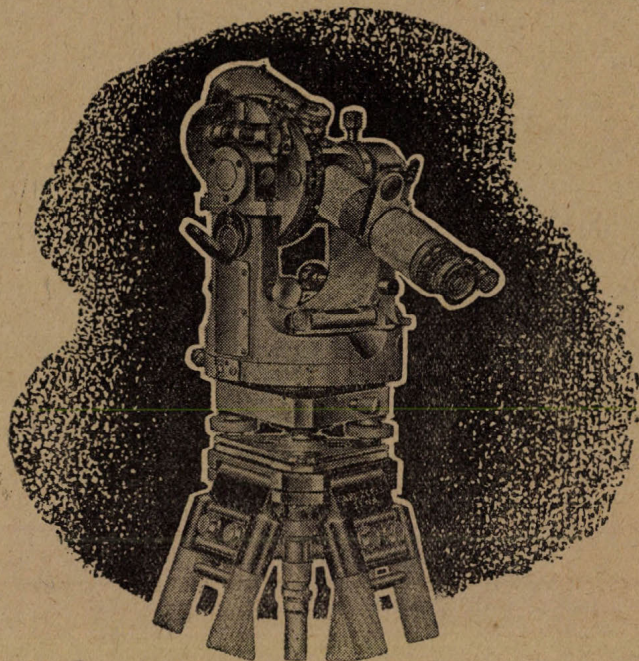


TARTALOM:

<i>Dr. Tarics Sándor:</i> A számológéppel végezhető egyes műveletek koordináta-geometriai értelmezése	49
<i>Vincze Vilmos:</i> Kör és egyenes metszéspontjának számítása	55
<i>Dr. Tarics Sándor:</i> A rácpontok szerepe a geodéziában	59
<i>Homoródi Lajos:</i> A lécekkel végzett szabatos hossz mérés hibaforrásai	70
<i>Dr. Hadz István Béla:</i> Válasz dr. Tárczy-Hornoch Antal úr megjegyzéseire	96
<i>M.: Klipp Alajos</i> †	98

Kérjük előfizetőinket, hogy a hátralékos díjakat a mellékelt csekklapon beküldeni sziveskedjenek.

A Közlönyt illető minden közlés és reklamáció a szerkesztőség címére küldendő. Kéziratokat nem őrzünk meg.



Egyszerű kezelés.
Gyors és pontos leolvasás.
Célszerű, tömör és tetszetős kivitel.
Könnyű súly.

Ezek lényegesebb tulajdonságai a

ZEISS
MÉRNÖKI MŰSZEREKNEK.

CARL ZEISS, JENA

Magyarországi vezérképviselő:

RAD MIKLÓS Budapest, VI., Andrássy-út 52. T.: 116-640.



GEODÉZIAI KÖZLÖNY

Szerkeszti és kiadja: **OLTAY KÁROLY** műgyet. nyílv. rendes tanár.

A szerkesztőség címe: Budapest, XI., Műgyetem.

Előfizetési ár: egész évre 24 pengő,
félévre 12 pengő, negyed évre 6 pengő.

Megjelenik évente négyszer,
összesen legalább 12 ív terjedelemben.

A számológéppel végezhető egyes műveletek koordináta-geometriai értelmezése.

Dr. Tarics Sándor.

A számológéppel való számolás során az elvégezhető műveleteknek általában kizárólag matematikai értelmet szokás tulajdonítani. Ez azt jelenti, hogy a számológéppel összeadásokat, kivonásokat, szorzásokat, osztásokat végzünk, vagy ezek megfelelő kombinációjával a megoldandó képleteket a gépi számolás természetének legjobban megfelelő szerkezetű alakra hozzuk és azokat oldjuk meg.

A géppel való számolásnak bizonyos műveleteknél azonban érdekes koordináta-geometriai értelmezést is adhatunk.¹

Feladatunk a geodéziában általában ismeretlen pontok koordinátáinak kiszámítása valamilyen felvett koordináta rendszerben. Vizsgáljuk tehát meg, hogyan lehet a sík tetszőleges egyeneséhez tartozó pontoknak koordinátáit a számológéppel előállítani. Számításainkhoz a továbbiakban *Ács—Zelcsényi* rendszerű váltóval felszerelt *Brunsviga* számológépet használunk. A fordulاتمérőn 2, a beállítószerkezeten 6, az eredmény soron $2 + 6 = 8$ legyen a tizedesjegyek száma és az eredmény sorról is csak 2 tizedesjegy élességre olvassuk le a koordinátákat.

Hozzuk alapállásba a számológépet, a fordulاتمérőn, a beállítószerkezeten és az eredmény soron 0 a fordulاتمérő melletti kis ablakban pedig *zöld* szín álljon. Ekkor a számológépen előállítottuk a koordináta rendszer kezdőpontjának koordinátáit, vagyis:

$$Y = 0 ; X = 0$$

Megállapodunk abban, hogy a fordulاتمérőn az X , az eredmény soron az Y koordinátákat állítjuk elő.

Forgassuk most a fordulاتمérőt $+ 3,68$ -ra (fehér szín), ekkor jellemeztük azt a pontot, amelynek koordinátái:

$$Y = 0 ; X = + 3,68$$

¹ *Rühle*: Koordinatengeometrie auf der Sprossenradmaschine Z. f. V. 1933. 433. oldal. — *Rühle*: Syntetische Geometrie auf der Koordinatenmaschine Z. f. V. 1938. 486. oldal.

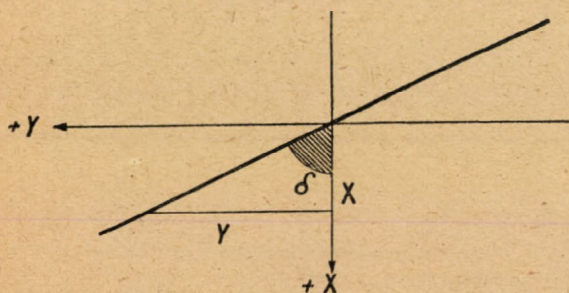
963

Az eredmény soron és a beállítószerkezeten O áll. Ha a forgatókart továbbforgatjuk, akkor a fordulattmérőn sorra megjelennek az X tengely pontjainak koordinátái. A negatív koordinátákat a forgatókar ellenkező értelmű forgatásával tehát a számológép alap állásából indulva, *piros* színbe való forgatással lehet előállítani.

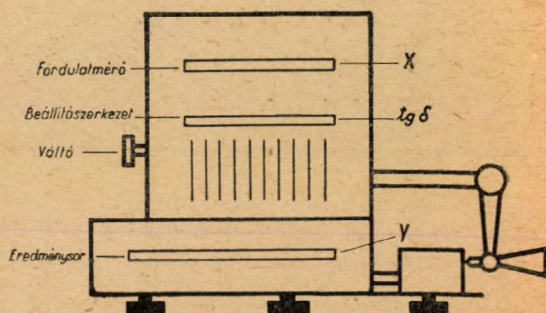
Töröljük most a fordulattmérőt, vigyünk át egy számot az eredmény sorba, pl. $+2,43$ -at és töröljük ismét a fordulattmérőt és a beállítószerkezetet. Ekkor meghatároztuk azt a pontot, amelynek koordinátái:

$$Y = +2,43 ; X = 0$$

Az eredmény soron a negatív koordináták *dekadikus kiegészítéseként* jelentkeznek.



1. ábra.



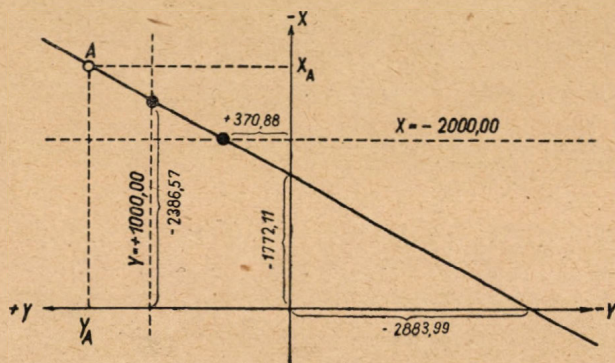
2. ábra.

Hozzuk most a számológépet ismét alapállásba, majd állítsunk be a beállítószerkezetbe egy tetszőleges számot, például $+0,773415$ -öt. Ezzel beállítottuk a számológépbe azt az egyenest, amely átmegy a koordináta rendszer kezdőpontján és iránytangense $\operatorname{tg} \delta = +0,773415$. Az egyenes egyenlete (1. ábra):

$$Y = \operatorname{tg} \delta X$$

$$Y = +0,773415 X$$

Ha ugyanis a forgatókart forgatjuk, akkor a fordulattmérőbe beforgatott



3. ábra.

X koordináta és az eredmény soron ugyanekkor megjelenő Y koordináta a fenti egyenlet értelmében az egyenes pontjait határozzák meg (2. ábra).

Ha olyan egyenest akarunk a gépbe beállítani, amely átmegy az $Y_A = +1387,42$ és $X_A = -2624,63$ koordinátákkal meghatározott ponton és iránytangense $tg\delta = -1,627432$ (3. ábra), akkor először az eredmény sorba levisszük Y_A értékét, majd a fordulattmérőbe beforgatjuk X_A értékét (piros színben, mivel negatív), ezután a beállító szerkezeten beállítjuk $tg\delta$ -t. Mivel $tg\delta$ értéke példánk esetében negatív, a váltót $\downarrow \uparrow$ -re állítjuk.

Most a következő feladatokat oldhatjuk meg:

- a) *Hol metszi az egyenes az Y tengelyt?*

A fordulattmérőt 0 -ra forgatjuk, ekkor az eredmény soron megjelenik az $X = 0$ -hoz tartozó Y érték, vagyis

$$Y = -2883,99$$

- b) *Hol metszi az egyenes az X tengelyt?*

Most az eredmény sort forgatjuk 0 -ra és a fordulattmérőn jelenik meg az $Y = 0$ -hoz tartozó X érték, vagyis

$$X = -1772,11$$

- c) *Hol metszi az egyenes az $X = -2000,00$ szelvény vonalat?*

A fordulattmérőt $X = -2000,00$ -re forgatjuk, az eredmény soron megjelenik:

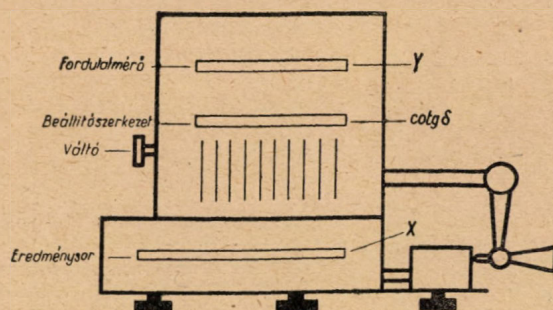
$$Y = +370,88$$

- d) *Hol metszi az egyenes az $Y = +1000,00$ szelvény vonalat?*

Az eredmény sort $Y = +1000,00$ -re forgatjuk, a fordulattmérőn megjelenik:

$$X = -2386,57$$

Ha az egyenes iránytangense nagy szám, azaz irányszöge közel 90° , vagy 270° , akkor a forgatókar egyszeri forgatásával az eredmény sor túl nagy értékkel fordul el, vagyis nem tudjuk az egyenes pontjait elég sűrűn meghatározni. Ilyenkor a beállító szerkezeten $\cotg\delta$ értékét



4. ábra.

kell beállítani és a fordulatmérőbe az Y értékeket beforgatni. Az eredmény soron most az X értékek jelennek meg az

$$X = \cotg \delta Y$$

összefüggésnek megfelelően (4. ábra).

Ezzel az eljárással könnyen áttekinthető és igen gazdaságos módon lehet szelvény metszéspontok koordinátáit kiszámítani. A gazdaságosság akkor szembetűnő ha egy egyenesnek különböző szelvény vonalakkal való metszéspontját számítjuk. Ilyen feladatok különösen nagy számban fordulnak elő a városmérések nagy méretarányban készülő utcaterképeinek rajzolásánál, ha azok szelvényrendszerben készülnek. Például Budapest székesfőváros új felmérésével kapcsolatban az 1 : 250 méretarányban készülő utcaterképeknél több ezer szelvény metszéspont koordinátáit kell kiszámítani.

Az I. táblázat az **A** és **B** pontok által meghatározott egyenesnek az $X = -1650,00$; $X = -1800,00$ és $Y = +1200,00$ szelvény vonalakkal való metszéspont számítását tünteti fel.

Pont	Y	X	
A	+ 1230,42	- 1648,22	$tg \delta = + 0,382\ 615$
B	+ 1170,38	- 1805,14	
Δ	+ 60,04	+ 156,92	
	+ 1229,74	- 1650,00	
	+ 1172,35	- 1800,00	
	+ 1200,00	- 1727,73	

I. táblázat. Szelvény metszéspontok koordinátáinak számítása.

* * *

A fentiekben leírt megfontolások alapján *D. Vogel* érdekes eljárást állított össze az *előmetszés* feladatának megoldására.²

Ennek a számítási eljárásnak legnagyobb előnye az, hogy a számításhoz csupán egyetlen egy képletet kell megjegyezni, ezért könnyen fejből tartható. A feladatot az ismeretlen pont felé menő irányok irány-szögeinek segítségével oldjuk meg.

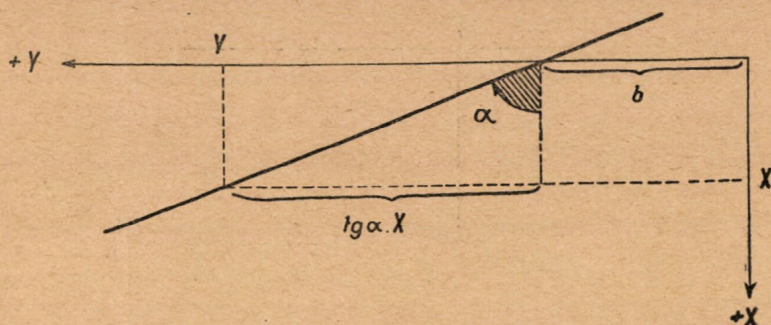
Az egyenes egyenletének alakja mint ismeretes:

$$Y = tg \alpha X + b$$

ahol α az egyenes irányszöge, b pedig annak a vonaldarabnak a hossza, amit az egyenes az Y tengelyből levág (5. ábra).

A 6. ábrán feltüntetett egyenesek egyenletének alakja:

² *D. Vogel*: Berechnung der rechtwinkligen Koordinaten des Schnittpunktes zweier Geraden. A. V. N., 1941, 284. oldal.



5. ábra.

$$Y = \operatorname{tg} \delta_{A-P} X + b_1$$

$$Y = \operatorname{tg} \delta_{B-P} X + b_2$$

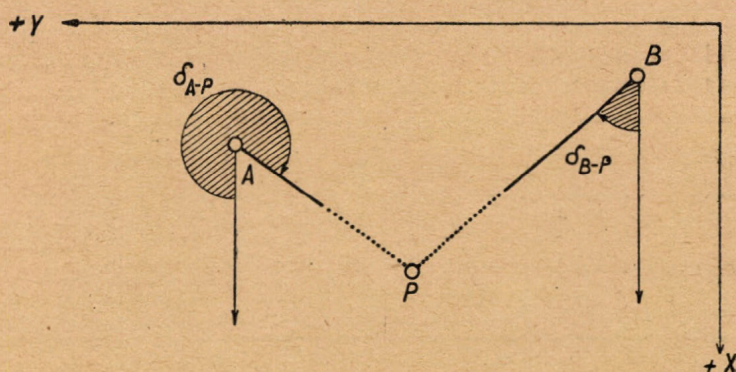
a két egyenletet kivonva

$$0 = X (\operatorname{tg} \delta_{A-P} - \operatorname{tg} \delta_{B-P}) + b_1 - b_2 \quad \text{ebből}$$

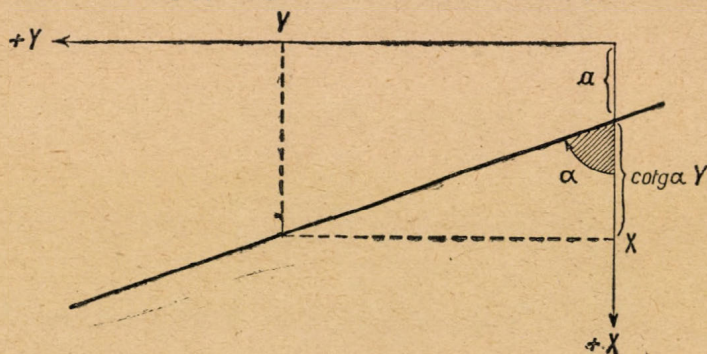
$$X = \frac{b_2 - b_1}{\operatorname{tg} \delta_{A-P} - \operatorname{tg} \delta_{B-P}} = X_P \quad \dots \dots \dots 1$$

Ebben a kifejezésben b_2 és b_1 ismeretlenek. Számításuk egyszerűen történik. A számológépbe beállítjuk először az **AP** egyenest az irányszög *tangensének* segítségével, vagyis az eredménysorba átvisszük Y_A -t, a fordulattmérőbe beforgatjuk X_A -t, a beállítószerszomban beállítjuk $\operatorname{tg} \delta_{A-P}$ -t. Az $X = 0$ értékhez tartozó Y a keresett b_1 érték (5. ábra). X értékek a fordulattmérőben vannak, tehát a fordulattmérőt 0-ra forgatva az eredménysorban jelentkezik a keresett b_1 . Ezt a számológépből kiírjuk. Hasonlóan számítjuk b_2 értékét. Ezután az 1. alatt kijelölt osztást elvégezve kapjuk X_P értékét. Y_P -t most úgy számítjuk, hogy az **AP** egyenest a számológépbe beállítva, megkeressük az egyenesen az X_P -hez tartozó Y_P ordinátát, vagyis a forgatókart addig forgatjuk, míg a fordulattmérőn X_P értéke jelenik meg. Az eredménysorban ekkor Y_P áll.

A számítás ellenőrzésére az Y_P koordinátát a **BP** vonalon haladva is kiszámítjuk. A számológépbe beállítjuk **BP** egyenest, vagyis az ered-



6. ábra.



7. ábra.

ménysorba átvisszük Y_B -t, a fordulatmérőbe beforgatjuk X_B -t, a beállítószerkezeten beállítjuk $tg \delta_{B-P}$ -t, majd a fordulatmérőn álló X_B értéket átforgatjuk X_P -re. Az eredménysonon jelentkezik Y_P .

Előfordul, hogy az ismeretlen pont felé menő irányok közül valamelyiknek irányszöge közel 90° , vagy 270° , azaz tangensük túl nagy szám. Ilyenkor a feladatot az irányszögek *cotangenseinek* segítségével oldjuk meg (7. ábra).

Az egyenes egyenlete így is írható:

$$X = \cot \alpha Y + a$$

ahol α az egyenes irányszöge, a pedig az a vonaldarab, amit az egyenes az X tengelyből lemetsz.

A 6. ábrán látható egyenesek egyenlete:

$$X = \cot \delta_{A-P} Y + a_1$$

$$X = \cot \delta_{B-P} Y + a_2$$

a két egyenlet kivonva

$$0 = Y(\cot \delta_{A-P} - \cot \delta_{B-P}) + a_1 - a_2 \quad \text{ahonnan}$$

$$Y = \frac{a_2 - a_1}{\cot \delta_{A-P} - \cot \delta_{B-P}} = Y_P$$

A feladat megoldása és a számítás ellenőrzése a számológéppel hasonlóan történik, mint az előző esetben.

Pont száma	Y	X	δ	$tg \delta$	b
2428	+1 842,60	-657,92	121° 30' 06"	-1,628 553	+ 771,142
2427	+1 954,27	-628,72	200° 48' 36"	+0.380 064	+ 2 193,224
P	+1 924,14	-707,99		-2,008 617	

II. táblázat. Példa az előmetszés megoldására Vogel szerint.

Kör és egyenes metszéspontjának számítása.

Vincze Vilmos.

Városrendezési tervek numerikus meghatározásánál gyakori feladat a kör és egyenes metszéspontjainak a meghatározása.

Legyen megadva a kör a középpontjával (O) és sugarával (R) és az egyenes két pontjával (A, B).

Legyen O pont koordinátái

$$Y_0 \quad X_0$$

Legyenek O pont koordinátái

$$Y_A \quad X_A$$

és

$$Y_B \quad X_B$$

A feladat a következő: meghatározandók az O középpontú és R sugarú kör és az A és B pontokkal megadott egyenes metszéspontjai.

Az ismertetendő megoldás alapját a pont és egyenes távolságának területszámításon alapuló megoldása képezi. A pont és egyenes merőleges távolsága a következőképpen számítható:

Ha adva van egy egyenes $A (Y_A \quad X_A)$ és $B (Y_B \quad X_B)$ pontokkal és egy pont $C (Y_C \quad X_C)$, az egyenes és pont merőleges távolságát megkapjuk, ha számítjuk az ABC háromszög területét a pontok koordinátáiból és a kétszeres területet osztjuk az \overline{AB} távolsággal (1. ábra).

Tehát

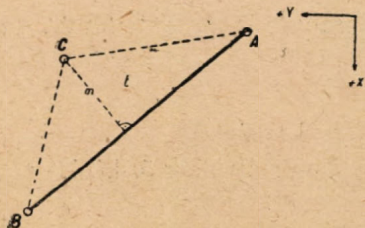
$$\sum X_i (Y_{i-1} - Y_{i+1}) = 2t$$

és

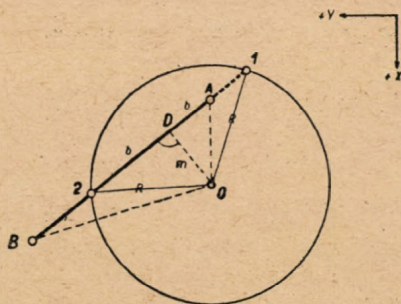
$$m = \frac{2t}{AB}$$

Feladatunkban a kör középpontjának az \overline{AB} egyenestől való merőleges távolságát határozhatjuk meg hasonló módon:

Számítsuk ki először (2. ábra) az \overline{AB} távolságot, majd az ABO



1. ábra.



2. ábra.

háromszög kétszeres területét ($2T$) a pontok koordinátáiból és végül ezt osztjuk az \overline{AB} távolsággal.

Tehát az elvégzendő műveletek a következők:

$$\overline{AB} = \sqrt{\Delta Y_{AB}^2 + \Delta X_{AB}^2} \quad . . . 1.$$

$$2T = \sum X_i(Y_{i-1} - Y_{i+1}) \quad . . . 2.$$

$$m = \frac{2T}{\overline{AB}} \quad . . . 3.$$

Meg kell még határozni b távolságot:

$$b = \sqrt{R^2 - m^2} \quad . . . 4.$$

Ha

$$m < R$$

akkor még két megoldás van, ha

$$m = R$$

akkor egy megoldás van, vagyis az \overline{AB} egyenes érintője a körnek és végül ha

$$m > R$$

akkor az \overline{AB} egyenes nem metszi a kört.

Az 1., ill. 2. metszéspontok koordinátáinak számítása most már a derékszögű koordináta méréssel meghatározott pont koordinátáinak számítása szerint történhet.

A 2. ábra szerinti esetben:

$$Y_1 = Y_0 + m \cos \alpha + b \sin \alpha$$

$$X_1 = X_0 - m \sin \alpha + b \cos \alpha$$

és

$$Y_2 = Y_0 + m \cos \alpha - b \sin \alpha$$

$$X_2 = X_0 - m \sin \alpha - b \cos \alpha$$

. . . 5.

A számítás menete a következő:

1. lépés: számítjuk az \overline{AB} távolságot, $\sin \alpha$ -t és $\cos \alpha$ -t.
2. lépés: meghatározzuk az ABO háromszög kétszeres területét, ez a számológép eredménysorán jelentkezik és ezt elosztjuk az \overline{AB} távolsággal. Az eredmény m .
3. lépés: elvégezzük a $b = \pm \sqrt{R^2 - m^2}$ gyökvonást.
4. lépés: számíthatjuk az 1., ill. 2. pont koordinátáit az 5. képlet segítségével.
5. lépés: az ellenőrzés $\overline{O1} = \overline{O2} = R$.

b. lépés: Kitűzési adatok számítása:

$$\overline{A1} = \frac{Y_1 - Y_A}{\sin \alpha}$$

$$\overline{A2} = \frac{Y_2 - Y_A}{\sin \alpha}$$

és ellenőrizzük

$$\overline{AB} = \frac{Y_B - Y_A}{\sin \alpha}$$

Kettős számológéppel (Brunsviga r.) az 5. képletet páronként egyszerre számítjuk. — Megjegyzendő, hogy a 2. ábrabeli D pont koordinátáit is megkaphatjuk, mert az 5. képletek számításánál az első két tag a D pont koordinátáit adja.

A számítást célszerűen az alábbi táblázat alapján végezhetjük:

(1. táblázat.)

Pontjele :	Y	ΔY	ΔX	X	Távolság	$\sin \alpha$ b	$\cos \alpha$ m	Kitűzési adatok
①	Y_1	ΔY_{01}	ΔX_{01}	X_1	(01)			
0	Y_0			X_0				
A	Y_A	ΔY_{A0}	ΔX_{A0}	X_A	\overline{AB}	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\overline{A1}$
B	Y_B			X_B	R	b	m	$\overline{A2}$
0	Y_0	ΔY_{02}	ΔX_{02}	X_0	(02)			
②	Y_2			X_2				

Szám példa: Legyenek a 2. ábrabeli pontok és a kör adatai a következők:

$$Y_A = +1873.41 \quad X_A = +987.31$$

$$Y_B = +1943.11 \quad X_B = +1037.42$$

$$Y_0 = +1881.37 \quad Y_0 = +1009.21$$

és

$$R = 35.00$$

Meghatározandók az 1. és 2. pontok koordinátái.

1. lépés:

$$\overline{AB} = \sqrt{69,70^2 + 50,11^2} = 85,8434$$

$$\sin \alpha = 0,811944$$

$$\cos \alpha = 0,583738$$

2. lépés: Kiszámítjuk az AOB háromszög kétszeres területét és az eredmény soron levő $2T$ -t osztjuk az

$\overline{AB} = 85,8434$ távolsággal és kapjuk, hogy

$$m = 13,1351$$

A számítás további menete is azonos az előbbivel.

Pontjele	Y	ΔY	ΔX	X	Távolság	$\sin \alpha$ b	$\cos \alpha$ m	Kitűzési adatok
①	+186270			+979,61	(34,992)			
O	1881,37	18,67	29,60	1009,21				$\bar{A}_1 = -13,19$
A	1873,41			987,31	858434	0,811944	0,583738	$\bar{A}_2 = +51,69$
B	1943,11	69,70	50,11	1037,42	R = 35,00	32,4417	13,1351	$\bar{A}B = 858434$
O	1881,37			1009,21				
②	191538	34,01	82,7	1017,48	(35,002)			

Ha azt akarjuk tudni, hogy valamely \overline{AB} egyenestől milyen távolságra van a körnek az egyeneshez legközelebb lévő pontja, akkor a következőkép járunk el.

Számítjuk először az \overline{AB} távolságot (4. ábra). Utána meghatározzuk M -t.

$$M = \frac{2T_{AOB}}{\overline{AB}}$$

Úgy

$$s = M - R$$

A rácspontok szerepe a geodéziában.

Dr. Tarics Sándor.

Numerikus részletfelvételi eljárásoknál a természetben állandósított pontok egymáshoz viszonyított vízszintes helyzetét, a pontok koordinátáinak kiszámításával határozzuk meg. A számítás eredményeként kapott koordináták általában nem egész számok, hanem több jegyből álló tizedestörtek. A koordinátákat későbbi felhasználásra (térképezés, területszámítás, stb.) mindig a gyakorlatnak megfelelően bizonyos élességgel, a felesleges tizedesjegyek elhagyásával, vagy megfelelő kiigazítással adjuk meg. Például Budapest székesfőváros jelenleg folyó új felmérésénél az alappontok koordinátáit milliméter élességgel (három tizedesjegy), a birtokhatárpontok koordinátáit centiméter élességgel (két tizedesjegy), határozzuk meg.

Ezek a koordinátákkal meghatározott pontok, amelyeknek a természetben fizikai megjelölésük van, a számítások során természetesen mint matematikai pontok szerepelnek. Ennek megfelelően a birtokhatárok a birtokhatárpontokat összekötő matematikai vonalak: egyenesek, körívek, esetleg kosárgörbék. Más görbét nem használunk, mert azok kezelése (érintéspont-, metszéspontszámítás) nehézkes. A köríveket célszerűen megfelelő oldalhosszúságú poligon vonallal is helyettesíthetjük.

A pontok kiszámított koordinátáit felrakva készül el a *térkép*.

A numerikus, vagy számító részletfelvételi eljárás alapján készült térkép lényegesen különbözik a régi grafikus úton készült térképtől. Az utóbbinál nem számították ki a birtokhatárpontok koordinátáit. A birtokhatárokat a térképre rajzolt *vonalak* őrizték. Az új utak, utcák létesítésével kapcsolatos telekszabályozási, telekosztási feladatokat a térképen végezték el grafikusán, innen *mérték le* a kitűzéshez szükséges adatokat. A térkép tehát a legfontosabb segédeszköz volt a feladatok elvégzésénél. Természetesen a műveletek pontosságának határt szabott a térkép méretaránya és a rajzolásban elérhető pontosság.

Az új térkép egészen más szerepet tölt be. A birtokhatárpontokat koordináták őrzik, a birtokhatárok ennek megfelelően matematikai vonalak, a térkép pedig *csak áttekintő vázlat* és nem segédeszköz a feladatok megoldásánál.

Ezen a térképen az összes tervezési, telekszabályozási, telekosztási feladatokat *számítással* kell megoldani, mert csak így érhető el, hogy a keletkező új birtokhatárpontok a régi matematikai birtokhatárvonalakra nemcsak rajzban, hanem matematikailag is rákerüljenek, természetesen a számítási élesség határain belül, amint majd arról szó lesz. Csak így tudjuk a változásokat az eredeti állapot megváltoztatása nélkül tovább vezetni és a felmérés során teremtett ideális helyzetet fenntartani. Ha ugyanis a feladatokat ezen a térképen grafikusán oldanánk meg és például egy telekosztásnál a keletkező új birtokhatárpontok koordinátáit a térképről *lemérnénk*, az új pont a le mérés pontatlansága miatt nem kerülne a birtokhatárvonalra, hanem csak a közelébe. Megváltozna a telek területek között fennálló összhang és a numerikus felmérés elveszítené értelmét és értékét.

* * *

Ha a pontok koordinátáit valamely derékszögű síkkordináta rendszerben centiméter élességgel határozzuk meg és a milliméter, tizedmilliméter stb. értékeket elhanyagoljuk, ez azt jelenti, hogy *pontosan*¹ csak azoknak a pontoknak a helyét tudjuk megadni, amelyek koordinátái *kerek* centiméter értékűek, tehát amely pontok az Y , X tengelyek irányában egymástól egy centiméterre vannak.²

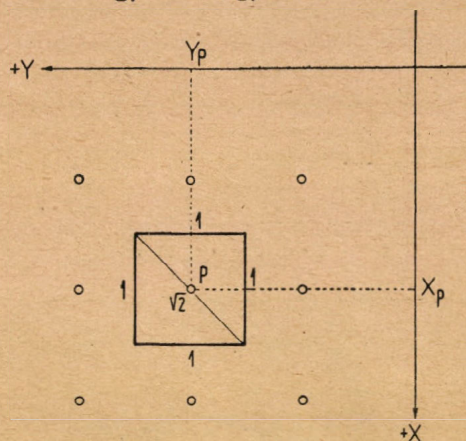
Ha a számítás eredményeként kapott koordináták milliméter, tizedmilliméter stb. értékeit elhanyagoljuk, vagy kiigazítást veszünk belőlük, ezt úgy is magyarázhatjuk, hogy a pontot helyéről *elmozdítottuk* a hozzá legközelebb eső *kerek* centiméter koordinátákkal rendelkező pont helyére.

Legyen P olyan pont (*1. ábra*), amelynek Y_P és X_P koordinátái *kerek* centiméter értékűek. Ha a pontok koordinátáit a felvett derékszögű koordináta rendszerben centiméter élességgel adjuk meg akkor, mivel mi a sík *valamennyi* pontját jellemezzük ezekkel a koordinátákkal, Y_P és

¹ A pont pontos helye tulajdonképpen ott van, ahol a ponton átmenő függővonal az alapfelületet metszi. Mivel ennek meghatározására mérési eredményeink vezetnek, ezek pedig mindig hibákkal terheltek, a pont kiszámított koordinátái is tartalmazzák a hibák hatásait. A *pontosan* kifejezés fenti használatánál ettől a hibától eltekintettünk.

² A matematikában ezeket a pontokat *rácspontoknak* nevezzük.

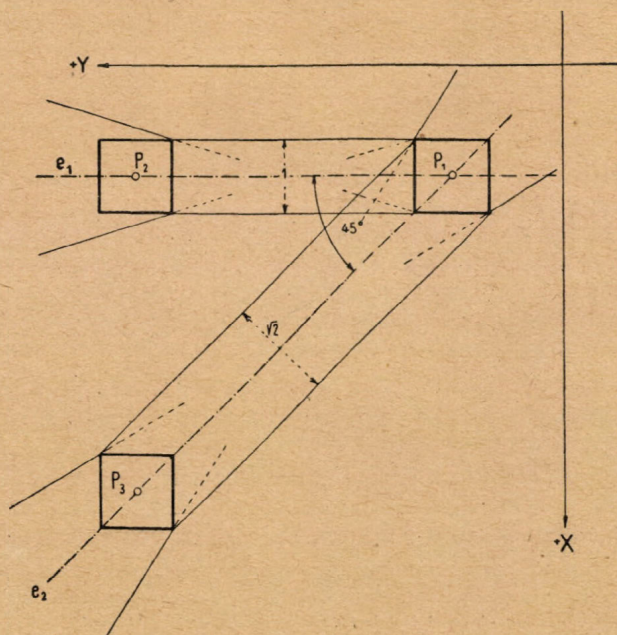
X_P nemcsak P pont koordinátáit jelentik, hanem mindazon pontok koordinátáit, amelyeknek kiigazított koordinátái Y_P és X_P értékek. Ezek a pontok a P pont körül egy kis négyzeten belül eső összes pontok. A



1. ábra.

négyzet oldalának hossza jelen esetben egy centiméter, általában pedig az az egység, amely élességgel a pontok koordinátáit megadjuk.

Az elmozdulás legnagyobb lineáris mértéke...: $\frac{\sqrt{2}}{2} = \pm 0,707...$, az utolsó tizedesjegy egységében.

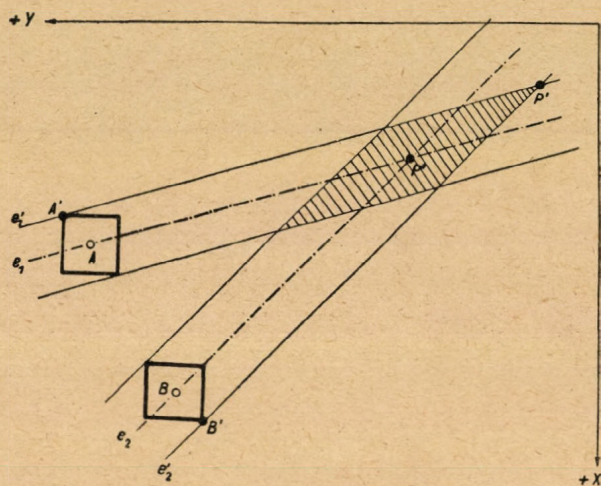


2. ábra.

Két pont határoz meg egy egyenest. Ha egy rácspont jellemzője egy kis elemi négyzet minden pontjának, akkor *ebben az értelemben* két rácspont nemcsak egy egyenest határoz meg, hanem a két elemi négyzet bármely két pontját összekötő egyenest. Ezeknek mértani helye a pontok között két párhuzamos egyenes között van (2. ábra), amelyek távolsága 1 és $\sqrt{2}$ érték között változik az egyenes irányszögétől függően. A pontokon kívül az ábrán látható módon nagyobbodik az egyenesek mértani helye.

Minden egyenesnek — amely az említett két párhuzamos között van — helyettesítője a kiigazítás után a P_1 és P_2 -n, illetve P_1 és P_3 -on átmenő e_1 és e_2 egyenes.

Vizsgáljuk meg, hogy a számítások közben elkerülhetetlen elhanya-



3. ábra.

golásokból, vagy kiigazításokból származó helyzet és irányváltoztatásoknak milyen hatása van a számításokra.

Mivel a numerikus részletfelvételi eljárással készült térképen előforduló legbonyolultabb számítási feladatok is olyan lépésekből tehetők össze, amelyek vonalak metsződéséből állanak, a már elmondottakon kívül elegendő két egyenes metszésével foglalkozni.

Keressük e_1 és e_2 egyenesek metszéspontját (3. ábra). Az egyeneseket meghatározzák A' és B' pontok és irányaik. Ha az A' és B' pontok kiigazított koordinátaival számolunk, a számítás eredménye a P^* pont koordinátáit szolgáltatja. A helyes eredmény a P' pont koordinátái. A P^* pont általában *nem* rácspont. Vonatkoztassuk vizsgálatainkat először arra a különleges esetre, amikor a P^* pont rácspont, vagyis koordinátái kerek értékek.

A P' és P^* pontok koordinátái akkor azonosak, ha P' a P^* pont körül lévő azon egységnyi oldalú négyzeten belül esik, amely négyzet oldalainak hossza az az egység, amilyen élességgel a metszéspont koor-

A goniometriából ismert összefüggés szerint

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{tg} \delta - \operatorname{tg} \delta'}{1 + \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \delta'}$$

mivel

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{a+b}{2x}$$

és

$$\operatorname{tg} \delta' = \frac{a-b}{2(x+b)}$$

tehát

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{(a+b)2(x+b) - (a-b)2x}{2x2(x+b)}}{\frac{2x2(x+b) + (a+b)(a-b)}{2x2(x+b)}} = \frac{2(a+b)(x+b) - 2x(a-b)}{4x(x+b) + a^2 - b^2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{4bx + 2ab + 2b^2}{4x^2 + 4bx + a^2 - b^2} \quad \dots \quad 1.$$

Az $x = 0$ és $x = \frac{1}{2}(a-b)$ szakaszon keressük α legnagyobb értékét. α -nak x azon értékénél van maximuma, ahol $\operatorname{tg} \alpha$ -nak, $\operatorname{tg} \alpha$ -nak pedig ott lehet szélső értéke, ahol az x szerinti első differenciálhányadosa zérus.

$$(\operatorname{tg} \alpha)' = \frac{4b(4x^2 + 4bx + a^2 - b^2) - (4bx + 2ab + 2b^2)(8x + 4b)}{(4x^2 + 4bx + a^2 - b^2)^2} \Big|_0 = \dots \quad 2.$$

Ez csak akkor lehet, ha a számláló

$$4b(4x^2 + 4bx + a^2 - b^2) - (4bx + 2ab + 2b^2)(8x + 4b) = 0$$

feltéve, hogy a nevező ezen a helyen nem zérus.

A kijelölt műveleteket elvégezve

$$16bx^2 + 16b^2x + 4a^2b - 4b^3 - 32bx^2 - 16abx - 16b^2x - 8ab^2 - 8b^3 = 0$$

$$-16bx^2 - 16b^2x - 16abx + 4b(a^2 - 2ab - 3b^2) = 0 \quad | : 4b$$

$$-4x^2 - 4(a+b)x + a^2 - 2ab - 3b^2 = 0$$

ebből

$$x_{1,2} = \frac{4(a+b) \pm \sqrt{16(a+b)^2 + 16(a^2 - 2ab - 3b^2)}}{-8}$$

$$x_{1,2} = \frac{4(a+b) \pm 4\sqrt{2(a^2 - b^2)}}{-8} = \frac{a+b \pm \sqrt{2(a^2 - b^2)}}{-2}$$

$$x_1 = \frac{-a-b + \sqrt{2(a^2 - b^2)}}{2} \quad \dots \quad 3.$$

$$x_2 = \frac{-a-b - \sqrt{2(a^2 - b^2)}}{2}$$

A két érték közül a negatív x_2 értéket a további tárgyalásból kizárhatjuk, mivel α változását a **C—D** szakaszon tehát csak pozitív x értékekre vizsgáljuk.

$tg \alpha$ -nak x_1 helyen lehet szélső értéke.

Vizsgáljuk meg $(tg \alpha)'$ előjelének változását az x_1 hely előtt és után:

$$(tg \alpha)' = \frac{-4(x - x_1)(x - x_2)}{(4x^2 + 4bx + a^2 - b^2)^2}$$

a nevező mindég pozitív, tehát

$$sg(tg \alpha)' = -sg(x - x_1)(x - x_2)$$

mivel x_2 negatív

$$sg(tg \alpha)' = -sg(x - x_1)$$

$$\text{ha } x < x_1 ; \quad sg(tg \alpha)' = +1$$

$$, \quad x = x_1 ; \quad (tg \alpha)' = 0$$

$$, \quad x > x_1 ; \quad sg(tg \alpha)' = -1$$

Mivel $(tg \alpha)'$ az x_1 hely környezetében előjelét váltja, ezen a helyen szélső értéke van. Az előjel pozitív értékből negatívba megy át, tehát a függvénynek ezen a helyen *maximuma* van.

Az elmondottak csak akkor érvényesek, ha $(tg \alpha)'$ 2. alatti kifejezésének nevezője az x_1 helyen nem zérus. Vizsgáljuk meg, hogy mikor lehet a nevező zérus:

$$4x^2 + 4bx + a^2 - b^2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-4b \pm \sqrt{16b^2 - 16(a^2 - b^2)}}{8} = \frac{-4b \pm \sqrt{16(-a^2 + 2b^2)}}{8}$$

Látható, hogy a nevező zérus helyei nem esnek össze a 3. alatti x_1 hellyel, tehát fenti vizsgálataink érvényesek.

Helyettesítsük be x_1 3. alatti értékét $tg \alpha$ 1. alatti kifejezésébe:

$$\begin{aligned} tg \alpha_{x_1} &= tg \alpha_{\max} = \\ &= \frac{4b \frac{-a - b + \sqrt{2(a^2 - b^2)}}{2} + 2ab + 2b^2}{4 \left(\frac{-a - b + \sqrt{2(a^2 - b^2)}}{2} \right)^2 + 4b \frac{-a - b + \sqrt{2(a^2 - b^2)}}{2} + a^2 - b^2} = \\ &= \frac{2b \sqrt{2(a^2 - b^2)}}{4(a^2 - b^2) - 2a \sqrt{2(a^2 - b^2)}} \quad \dots \quad 4. \end{aligned}$$

Hátra van még annak megállapítása, hogy a **F—C** szakaszon hogyan változik α értéke. Hasonló vizsgálattal, mint a **C—D** szakaszon, kimutatható, hogy $tg \alpha$ -nak $\frac{b}{2}$ helyen maximuma van és ennek értéke:

$$tg \alpha_{\frac{b}{2}} = tg \alpha_{\max} = \frac{2b(a - b)}{a^2 - 2ab} \quad \dots \quad 5.$$

A 4. és 5. alatti kifejezésekben legyen $a = 1$, akkor b a következő értékeket veheti fel:

$$1, \quad 0,1, \quad 0,01, \quad 0,001, \dots$$

Ez azt jelenti, hogy az első esetben ugyanolyan élesen, a második esetben egy, a harmadik esetben kettő, a negyedik esetben három tizedesjeggel élesebben vannak kifejezve A' és B' pontok koordinátái, mint amilyen éles végeredményt akarunk.

Világos, hogy ha $b = 1$, akkor a 4. ábrán lévő paralelogramm olyan pontokat is magában foglal, amelyek a P^* pont körül lévő egységnyi oldalú négyzeten kívül vannak. Ha a két egymást metsző egyenes közül az egyiknek irányszöge 90° , a másiké pedig 0° , akkor a paralelogramm azonos az egységnyi oldalú négyzettel. Ekkor sem kapnánk azonban mindég helyes eredményt, mert ha a P^* pont koordinátái közül akár csak az egyik is páratlan szám, a négyzet oldalait alkotó pontok egy része a kiigazítás után a P^* pont mellett lévő megfelelő páros számú koordinátákkal rendelkező pont koordinátáit kapja.

Tehát A' és B' pontok koordinátáit a számítások során minden esetben nagyobb élességgel — több tizedesjeggel — kell felhasználni, mint amilyen végeredményt akarunk.

Ha b értékeit behelyettesítjük $tg \alpha_{\max}$ -nak 4. és 5. alatti kifejezéseibe, akkor látjuk, hogy a két maximum közül a $C-D$ szakaszhoz tartozó érték a nagyobb. Számítsuk ki az ennek megfelelő szögértékeket:

$$b = 0,1 \quad ; \quad tg \alpha = \frac{0,281 \ 425}{1,145 \ 750} = 0,245 \ 625 \quad ; \quad \alpha = 13^\circ 48' 00'' \sim 14^\circ$$

$$b = 0,01 \quad ; \quad tg \alpha = \frac{0,028 \ 283}{1,171 \ 314} = 0,024 \ 146 \quad ; \quad \alpha = 1^\circ 23' 00'' \sim 2^\circ$$

$$b = 0,001 \quad ; \quad tg \alpha = \frac{0,002 \ 828}{1,171 \ 570} = 0,002 \ 414 \quad ; \quad \alpha = 0^\circ 08' 17'' \sim 9'$$

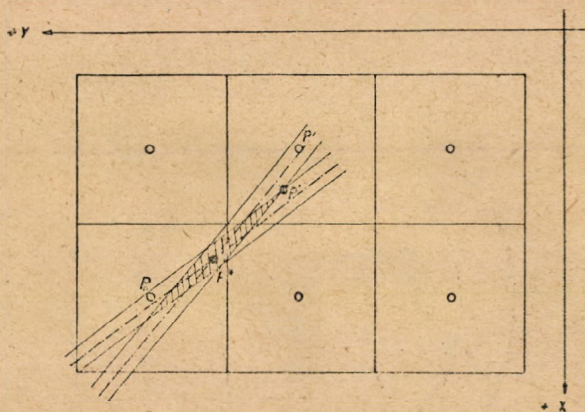
Ha tehát például centiméter — két tizedesjegy — élességű végeredményt akarunk elérni két egyenes metszéspontjának számításánál, akkor az egyeneseket meghatározó pontok koordinátáit, ha azok nem rácspontok 14° hajlásszögig három tizedesjegy értékkel kell felhasználni, 14° -tól 2° -ig négy tizedesjegy, 2° -tól $9'$ -ig öt tizedesjegy szükséges stb.

Fenti megállapításaink akkor érvényesek, ha az egyenesek egy pontjuk koordinátáival és irányukkal vannak megadva, vagy ha két pontjukkal és a metszéspont a két pont közé esik. Amint megállapítottuk — a pontokon kívül nagyobbodik az egyenesek mértani helye, a bizonytalanság a pontok egymástól való távolságától, az egyenesek irányszögétől és a metszéspontnak az adott pontoktól való távolságától függően nő. Ezekre egyszerű általános szabályt felírni nem lehet, ilyenkor a számítások folyamán *fokozott* élességre van szükség.

Az elmondottak során feltételeztük, hogy az e_1 és e_2 egyenesek metszéspontja a P^* pont rácspont. Ez azonban csak egy különleges eset. Általában a P^* pont nem rácspont.

Terjesszük ki vizsgálatainkat arra az esetre, amikor a P^* pont nem

rácspont. Az 5. ábrán látható, hogy ebben az esetben a vonalkázással feltüntetett paralelogramm pontjai a síkrács különböző négyzeteiben vannak. A számítás helyes eredménye a P' pontnak megfelelő rácspont a P pont lenne. A számítás azonban a P^* pont koordinátáit szolgáltatja, tehát végeredményként a felesleges tizedesjegyek elhagyása, vagy megfelelő kiigazítás után a P_n pont koordinátáit kapjuk. Nyilvánvaló, hogy általában a P pont nem azonos a P_n ponttal. Ha azonban az egyeneseket meghatározó pontok koordinátáinak élességére az előbbieken leírt — hajlásszögtől függő — szabályt betartjuk, akkor mindég elérjük, hogy a végeredményként kapott pont koordinátái a felesleges tizedesjegyek elhagyása vagy kiigazítása után a P pont koordinátáitól az utolsó tizedesjegyben *legfeljebb egy egységgel térnek el*.



5. ábra.

A koordináták élességén kívül még egy tényező van, ami a számításokat befolyásolja — az egyenesek irányszögeinek szögfüggvény értékei. Ezekkel most itt nem foglalkozunk, csupán megjegyezzük, hogy adott irányszögek esetén megfelelő táblázatok használatával, vagy ha az egyenesek koordinátaikkal adottak, a koordinátákból — ki tudjuk számítani a szögfüggvényeket olyan élesen, hogy az eredményt a felesleges tizedesjegyek elhagyásából keletkező hiba ne befolyásolja.

Vizsgáljuk meg egy számpéldán, hogy milyen hatása van a végeredményre annak, ha a számítás folyamán keletkező pontok koordinátáinak kiigazított értékeit használjuk fel a számítások során.

Példa: Valamely tervezett hegyvidéki útvonal meghatározásához a városrendezési tervből adva vannak **A**, **B** és **C** pontok, amelyeknek koordinátái is ismertek. (6. ábra.) Ki kell számítani a három ponton átmenő kör középpontjának (**O**) koordinátáit és a kör sugarát. A feladatot centiméter élességgel — két tizedesjegyre — kell megoldani.

	Y	X
A	+ 1 243,27	+ 723,65
B	+ 1 194,58	+ 704,34
C	+ 1 128,39	+ 752,93

A feladat megoldásához először kiszámítjuk az \overline{AB} távolság felében lévő S_1 pont és a \overline{BC} távolság felében lévő S_2 pont koordinátáit a következő összefüggés alapján:

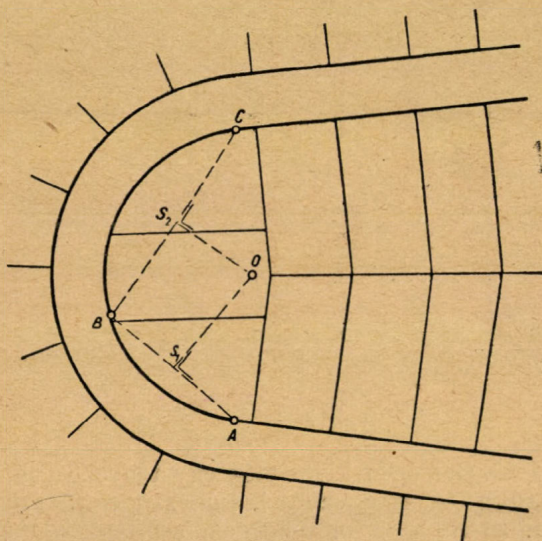
S_1 pont koordinátái:

$$Y = \frac{Y_A + Y_B}{2} ; X = \frac{X_A + X_B}{2}$$

S_2 pont koordinátái:

$$X = \frac{Y_B + Y_C}{2} ; X = \frac{X_B + X_C}{2}$$

Ezután az S_1 ponton átmenő és az \overline{AB} egyenesre merőleges és az



6. ábra.

S_2 ponton átmenő és \overline{BC} egyenesre merőleges egyenesek metszéspontjaként számítjuk az O pont koordinátáit.

Végül számítási ellenőrzésként kiszámítjuk az AO , BO és CO távolságokat, amelyeknek a számítási élesség határain belül $(\pm \frac{\sqrt{2}}{2},$ a második tizedesjegy egységében) egyenlőeknek kell lenni egymással.

A számításokat Ács-Zelcsényi rendszerű váltóval felszerelt *Brunsviga* számológéppel végeztük el kétféleképpen:

1. A számítás során keletkező S_1 és S_2 pontok koordinátáinak két tizedesjegyre kiigazított értékeivel számoltunk tovább.
2. Az S_1 és S_2 pontok koordinátáit az O pont számításához három tizedesjegy élességgel használtuk fel.

Az O pont koordinátáinak számítását az I. táblázat tünteti fel.

I. táblázat.

Pont	Koordináták		$tg \delta S - O$	
	Y	X		
S_1	+ 1 218,92	+ 714,00	- 0,396 5907	↓ ↑ fehér
S_2	+ 1 161,48	+ 728,64	+ 0,734 0988	↓ ↑
O	+ 1 195,00	+ 774,31	- 1,130 6895	↓ ↑

Számítási ellenőrzés:

$$\overline{AO} = 69,974$$

$$\overline{BO} = 69,971$$

$$\overline{CO} = 69,957$$

Látjuk tehát, hogy bár helyes képleteket alkalmaztunk és számítási hibát sem követtünk el, mégsem kaptunk megfelelő végeredményt, mivel O pont 1,7 cm-el közelebb van C ponthoz, mint A -hoz.

2. Oldjuk meg most a feladatot úgy, hogy S_1 és S_2 pontok koordinátáit három tizedesjegy élességgel használjuk fel (II. táblázat).

II. táblázat.

Pont	Koordináták		$tg \delta S - O$	
	Y	X		
S_1	+ 1 218,925	+ 713,995	- 0,396 5907	↓ ↑ fehér
S_2	+ 1 161,485	+ 728,635	+ 0,734 0988	↓ ↑
O	+ 1 195,01	+ 774,30	- 1,130 6895	↓ ↑

Számítási ellenőrzés:

$$\overline{AO} = 69,960$$

$$\overline{BO} = 69,961$$

$$\overline{CO} = 69,964$$

Mivel a kör középpontjának a második módon kiszámított koordinátaival számolva az \overline{AO} , \overline{BO} és \overline{CO} távolságok közötti eltérés kisebb, mint amilyen élességgel a feladat megoldását kívántuk, a kör középpontját helyesen határoztuk meg.

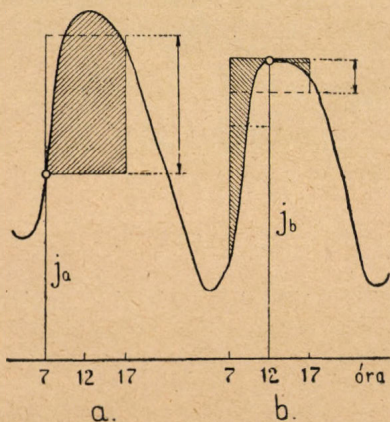
A lécekkel végzett szabatos hossz mérés hibaforrásai.

Homoródi Lajos.

A lécek hossz ingadozására vonatkozó kép megállapítása előtt azonban a hőmérséklet változásán kívül még figyelembe kell vennünk a napsütést. A napsütésnek kitett lécek kétségtől erősebben felmelegszik, mint a környező levegő, tehát hosszváltozása nagyobb lesz, mint a levegő hőmérsékletváltozása alapján számítható. Tudjuk a napsütéses órák száma a téli hónapokban (november—január) alig éri el a nappali órák számának 20%-át, míg nyáron (júliusban) ez az arányszám a 60%-t is túllépheti. Így azután a nyári hossz ingadozás lényegesen nagyobb lehet, mint a tavaszi, noha a levegőhőmérséklet napi változása csekélyebb. Télen azonban a napi változás is, meg a napsütés hiánya is lényeges hossz ingadozást nem tesz lehetővé.

A napsütés hatásánál azonban számba kell venni azt az esetlegeséget, hogy vajjon a mérés idején éri-e egyáltalán napsütés a mérési pályát. Ezzel kapcsolatban csak azt lehet mondani, hogy nyílt, beépítetlen területen a napsütés hatása *valószínűbb*, mint a zárt, magas épületekkel beépített terepen.

A levegő-hőmérséklet változásával kapcsolatban meg kell még jegyeznem, hogy a táblázatban megadott értékek a reggel 7 és délután 2 órai hőmérséklet különbségének megfelelő, tehát a napi átlagosan lehetséges legnagyobb hosszváltozás kiszámítására alkalmasak. Ha azt akarjuk tudni, hogy a nap folyamán átlagosan mennyivel különbözik a lécek hossza a komparálással meghatározott értéktől, úgy elsősorban a komparálás időpontjára kell figyelemmel lennünk és arra, hogy a hőmérséklet délelőtt gyorsan emelkedik, délután ellenben lassan csökken. A hossz ingadozás napi átlagos értékének megbecslését a 10. ábra szemlélteti. Éspedig a 10. a) ábra olyan esetet tüntet fel, amikor a komparálás, mint Budapestben is, reggel, azaz a hőmérséklet és lécek hossz relatív minimum időpontjának közelében, azt követően történt. Meghatároztuk tehát mondjuk reggel 7 órakor a léchosszjavítás (j) értékét. Amennyiben a munkaidő 10 óra, az ábra vonalkázott része



10. ábra.

mutatja a léchossz j -hez viszonyított változását, azaz a lécszámhibájának változását a nap folyamán. Amennyibe a görbe a maximum értékhez viszonyítva szimmetrikus lefutású volna (parabola), a hosszhiba — a komparáláshoz viszonyított napi hossz ingadozás átlagos értéke — a maximális érték $\frac{2}{3}$ -ában volna. Az asszimetria miatt azonban értéke feltétlenül nagyobb. Ha tehát naponta reggel komparálunk, úgy számolhatunk azzal, hogy a tavaszi-őszi időszakba *legalább* $\frac{2}{3} \cdot 6,0^\circ \cdot 0,006 \text{ mm/m } ^\circ\text{C} \cdot 4 \text{ m} = 0,1 \text{ mm}$ -el lesz általában hosszabb a lécszám, mint a komparálási érték. Ez pedig 100 m távolságban $+2,4 \text{ mm}$ állandó hibát jelent.

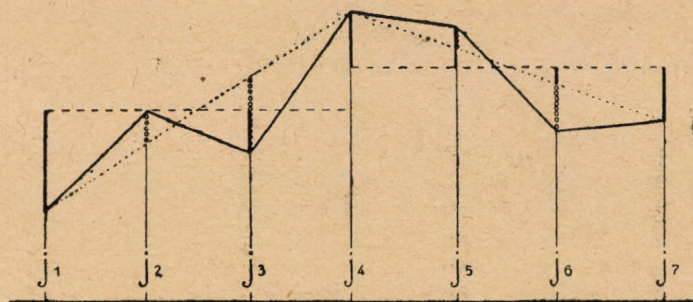
Szerencsésebb Wiesbaden esete, mert ott naponta délben a napi maximum idejében komparálván, a nap folyamán beálló legnagyobb változásnak *legfeljebb* $\frac{1}{3}$ -a jelentkezhet állandó hibaként, ez esetben természetesen negatív előjellel. Ezt a 10. b) ábra szemlélteti. Ismét 10 órai munkaidőt tételezvé fel, öt órát a komparálás előtt és ötöt utána, a hosszhiba változását ismét a vonalkázott ábra rész mutatja. Ennek a területnek kiegyenlítő vonala parabola esetén a legnagyobb ordináta $\frac{1}{3}$ -a lenne, az asszimetria miatt, mint a görbe két felére külön megrajzolt kiegyenlítő vonalak középarányosa mutatja, értéke az $\frac{1}{3}$ érték alá csökken.

Ezek a legutóbb meghatározott számértékek adják meg a feleletet felvetett kérdésünkre: mekkora lehet a valódi léchossz és a komparálási érték különbsége abban az esetben, ha naponta komparálunk.

Amennyiben két egymást követő komparálás időköze több nap (általában $N \times 24$ óra), a viszonyok már korántsem tekinthetők át ilyen egyszerűen.

Egyelőre tekintsünk el a lécek napi hossz ingadozásától, azaz tegyük fel, hogy a komparálás időpontja úgy van megválasztva, hogy a komparálással meghatározott léchossz épen egyenlő a napi hossz ingadozásnak megfelelő közepes léchosszal. Ebben az esetben a napi közepes léchossz változásának görbéje teljesen egybeesik a komparálással meghatározott léchosszúság változásának görbéjével.

Vegyük most elő egy olyan komparálás sorozatot, amelyben az egymást követő komparálások időköze egy nap. A léchosszjavításoknak ebből a sorozatából ragadjuk ki minden második, harmadik, negyedik stb. értéket és képezzük a középjavításokat, illetve a kiragadott értékek közötti napokra a napi-javításokat. Ezután számítsuk ki a közbeeső napokon meghatározott valódi javítások és a közép, illetve a napi-javítás különbségét. A 11. ábrán a vastagabban kihúzott, illetve



11. ábra.

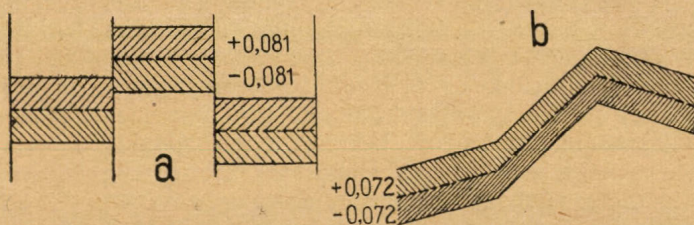
kis körökkel jelölt ordináta részek ábrázolják az így kiszámított javítás-különbségeket. Ezek nem egyebek, mint két, három stb. naponként végzett komparálás esetén a számításba vett és a valódi léchossz különbsége, tehát ép azok az értékek, amelyeket keresünk. Négyzetösszegükből tehát, a léchossz hibájaként fogva fel őket, kiszámítható a léchossz-javítás számításba vett értékének középhibája.

Egy értéksorozat alapján a következő eredményeket kaptam:

N	a léchosz-z-javítás középhibája	
	középjavítás	napi javítás
2	$\pm 0,072$ mm	$\pm 0,056$ mm
3	73	70
4	90	79
5	89	79
azaz átlagosan	$\pm 0,081$ mm	$\pm 0,072$ mm

Ha tehát a komparálási javítást a számtani középpel számítjuk, azaz a léchosszváltozások görbét lépésös egyenesekkel közelítjük meg, úgy a léchosszak a lépcsők két oldalára rajzolható $+0,081$ és $-0,081$ mm széles sávban helyezkednek el (12. a. ábra).

Ha pedig a görbe komparálással meghatározott pontjait összekötő törtvonalt használjuk közelítésül, akkor a valódi léchosszak (javítások) a törtvonallal párhuzamosan futó $+0,072$ és $-0,072$ mm széles sávban lesznek (12. b. ábra).



12. ábra.

Ha a középjavítások és napi-javítások középhibájának táblázatát szemügyre vesszük, kiderül, hogy nem sok haszonnal jár a napi-javítások számítása. A térsáv, amelyben a léchossz elhelyezkedik, alig keskenyebb ebben az esetben, mint a közép javítás használatakor. Egyedül az $N=2$ esetben van számbavehető különbség.

Ha kiszámítjuk két komparálási javítás különbségének átlagos és maximális értékét, $N=1, 2, \dots, 6$ esetben az alábbi táblázatot kapjuk: (ebben v_0 jelenti a javítás-különbség átlagos értékét, v_m az előforduló maximumot, n a v_0 átlagos értékének képzésére felhasznált adatok számát):

N	v_0	v_m	n
1	$\pm 0,093$ mm	$\pm 0,350$ mm	206
2	58	200	103
3	37	90	92
4	26	60	54
5	28	80	36
6	29	40	8

A n értékek mutatják, hogy a komparálások legnagyobb részét egy-két napos időközben végezték, a 6 napos megengedett legnagyobb időközöt csak kivételesen használták ki. Így azután a $N = 5, 6$ értékek megfelelő v_0 és v_m érték az adatok csekély száma miatt nem is egészen megbízható. A törvényszerűség azonban így is megállapítható: két egymást követő komparálási javítás különbsége az időköz növekedésével csökken. Ez a hőmérséklettel való összefüggés következménye: amint a napról-napra bekövetkező hőmérsékletváltozás szeszélyesen majd hőmérsékletemelkedés, majd süllyedés, úgy a léchosszak is majd növekednek, majd csökkennek, minél messzebb ragadunk ki tehát két pontot a hosszváltozások görbéjéből, annál nagyobb a kiegyenlítődés valószínűsége, tehát annál kisebbek a javítás különbségek. Feltéve természetesen, hogy N nem olyan nagy, hogy már tartós időjárásváltozás (évszakos) különbségek nyilvánulhatnának meg. Ha N nem nagy, teljesen közömbös az, hogy v_0 és v_m értékét melyik évszakban vizsgáljuk. A 36. oldalon közölt táblázat c oszlopa u. i. azt mutatja, hogy a napról-napra bekövetkező hőmérsékletváltozás évszakos szabályszerűséget nem mutat.

De ebből következik az is, amit a léchossz-javítás középhibájának táblázatból kiolvastunk, az t. i., hogy nagyobb N érték mellett a középjavítás és a napi-javítás megbízhatósága között számottevő különbség nincs. Ha u. i. N nagy (3, 4 stb.), akkor a napi-javítást ábrázoló ferde egyenes hajlása csekély, alig különbözik a középjavításnak megfelelő vízszintestől, tehát csaknem mindegy, hogy melyiktől számítjuk a középhiba kiszámítására használt ordináta különbségeket.

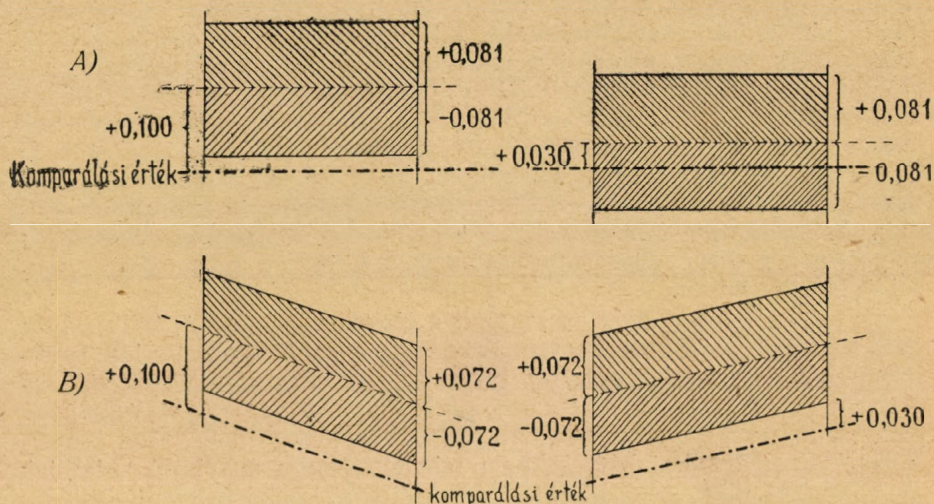
Ebből mindenesetre levonható az a tanulság, hogy különösen, ha $N > 3$, nincs gyakorlati haszna a komparálási javításokból a mindenestre több számítást jelentő napi értékeket vezetni le, tökéletesen ugyanolyan jó eredményt ad a középjavítás is.

Mindeddig nem volt szó a napi hossz ingadozásról. Ez azzal a következménnyel jár, hogy a lécek napi átlagos hosszának görbéje már nem esik össze a komparálási hosszak görbéjével, hanem azzal párhuzamosan halad. Mégpedig, ha ismét a budapesti esetet vesszük elő, akkor, mint láttuk, nyáron mintegy 0,100 mm-el, télen legfeljebb $\pm 0,030$ mm-el felette halad. A valódi léchosszak, mint láttuk, $\pm 0,081$, vagy $\pm 0,072$ mm-el különbözhetnek a komparálási értéktől, a napi átlagos léchossz pedig ez utóbbinál $\pm 0,100$, illetve $\pm 0,030$ mm-el nagyobb, tehát a területsáv, amelyen belül lesz a léchossz középértékben $2 \times 0,081$, illetve $2 \times 0,072$ mm szélességű, ám felső határa $\pm 0,181$, az alsó pedig $+0,019$ mm, vagy $+0,172$ és $+0,028$ mm, illetve $+0,111$ és $-0,051$ mm, vagy $+0,102$ és $-0,042$ mm, aszerint, hogy közép vagy napi-javításról, nyári vagy téli időszakról van szó. (13. ábra.)

A léchossz hibájának területsávja tehát a pozitív értékek felé eltolódik, vagyis a napi hossz ingadozás hatása akkor is észrevehető szabályos jelleget ad a léchossz hibájának, ha a komparálásokat nem naponta végezzük.

Felmerül a kérdés, vajjon ez a szabályos hiba kimutatható-e a budapesti sokszögelés állandó hibája alapján.

A kérdés megvizsgálására az 1936—38. évben sokszögelt csoportok eredményét használok fel, mivel a szükséges adatok ezekre vonatkozóan állanak rendelkezésemre. A mondott évben 10 csoport sokszögelése készült el, ezek közül 9-ben mértek léccel. A lécmérési időszak kezdete és vége a mérési jegyzőkönyvekből megállapítható, az 1936—38. évi meteorológiai adatok alapján tehát kiszámítható, hogy



13. ábra.

mekkora volt ebben az időszakban a napi hőmérsékletváltozás közepes értéke. Az alábbi táblázatban ennek a közepes napi hőmérsékletváltozásnak nagysága szerint sorozva tüntettem fel a csoportok jellegét, a közepes hőmérsékletváltozást, az állandó hibát a 9. oldalon közölt táblázat szerint, azt a hónapot, vagy hónapokat, amelyekben a mérések legnagyobb része történt, végül jelzem a csoport beépítettségét nyílt, féligbeépített és beépített megjelöléssel:

csoport	hőm. kül.	a mm/100 m	hónap	jelleg
H.	+2,7 C°	+ 6,1	december	beépített
E. I.	+3,0	+ 6,9	december	beépített
B. I.	+3,5	+13,0	dec.—márc.	nyílt, részben féligbeépített
M.	+3,7	+10,5	dec. és febr.—márc.	beépített
L. I.	+3,8	+12,5	dec. és febr.—ápr.	féligbeépített és beépített
C. I.	+4,0	+11,6	okt.—nov.	féligbeépített
K.	+4,3	+13,9	dec.—június	féligbeépített
F.	+4,9	+ 9,5	febr.—június	nyílt
J.	+5,3	+ 7,1	márc.—június	féligbeépített

A IV. 3. fejezetben tárgyalandó hibaforrással kapcsolatosan látni fogjuk, hogy az állandó hiba értékét leglényegesebben a lécek állandó

előre csúszása befolyásolja, egy olyan hiba, amely a mérési pálya talajának minőségétől függ és eszerint változtatja értékét. Ebből következő, hogy a kisebb hibaforrások hatása nehezen, vagy egyáltalán nem mutatható ki. Mégis, bizonyos körülmények mérlegelésével megállapítható valami összefüggés a fenti táblázat hőmérséklet és állandó hiba értékei között. Elsősorban is ki kell rekeszteni a legutolsó sor értékét, minthogy itt némileg más módszerrel mértek, mint a többi csoportban, és amint ezt ép a IV. 3. fejezetben látni fogjuk, ez a módszerbeli változtatás lényeges befolyással van az állandó hibára. A napi hőmérsékletváltozás értékek növekedésével az *a* értéknek is növekednie kell előbbi fejtegetéseink alapján, számottevő ellenmondást csak az *F* csoport mutat, ami a rendelkezésre álló adatok alapján nem is indokolható. Ezzel szemben a többi csoport elég jól beleilleszkedik a várt képbe. A H. és a E. I. csoport teljesen összhangban van azzal a megállapítással, hogy téli hónapban a napi hőmérsékletváltozás olyan csekély, napsütés alig van, hogy szabályos hiba a komparálás időpontjának kedvezőtlen megválasztása következtében nem igen léphet fel. A mutatkozó állandó hiba bizonyára más hibaforrásból ered, ezek között szerepel minden valószínűség szerint a normálméter, illetve a komparálás tárgyalásakor ismertetett, a normálméter termikus tehetetlenségével kapcsolatos hibaforrás, amely ép a téli mérésekben léphet fel és így a maga részéről szintén hozzájárul ahhoz, hogy a most tárgyalt hatás könnyen kimutatható ne legyen az által; hogy az állandó hiba a nyári hónapokban nagyobb. Így a B. I. csoport sorredből kiugró nagy *a* értéke talán azzal indokolható, hogy a téli hónapokban a termikus tehetetlenségből származó érték volt nagy, míg a tavaszi hónapokban a napi hossz ingadozásból származó, annál is inkább, mert a mérések legnagyobb részben nyílt terepen történtek, ahol a napsütés érvényesülése is valószínű. A következő csoportok *a* értékének csekélyebb voltát és kisebb ingadozásait a terep többé-kevésbé beépített voltával lehet kapcsolatba hozni. A K. csoportban pedig a nyár elejei erős felmelegedés és napsütés hatása figyelhető meg.

Végeredményben a táblázat összeállítása valószínűsíti azt, hogy a lécek napi hossz ingadozása bizonyos mértékben részt vett az állandó hiba értékének megszabásában, de a különböző tényezők fentiekben vázolt mérlegelése mutatja, hogy ezen a megállapításon túlmenő következtetést — mint például a hossz ingadozásból eredő állandó hiba rész nagyságára vonatkozóan, — ezekből az adatokból nem szabad levonni, tehát be kell érünk azzal, amit a napi hőmérsékletváltozás átlagos értéke alapján fentebb levezettünk, azaz azzal, hogy a hossz ingadozás következtében — a téli hónapoktól eltekintve — $+2$ — $+3$ mm lehetett Budapesten az állandó hiba egy 100 m-es távolságban.

IV. A mérés.

1. Kígyózás a függőlegesben.

A mérőfelszerelés leírásakor említettük, hogy a ferdén mért hosszak vízszintesre redukálása végett a lécvégpontok magasságkülönbségét határoztuk meg szintezéssel. Ez az eljárás rendes szintező műszer

és lécc használata mellett legalább $\pm 1' - \pm 2'$, míg az egyszerű ingás szintező műszerrel is legalább $\pm 5'$ pontossággal meghatározza a léccnek vízszintessel bezárt szögét, ha a szintező léccen mm pontossággal olvasunk le, illetve az ingás szintező műszernek a leolvasás pillanatában sohasem teljesen nyugodt távcsövében a vízszintes szálhoz tartozó szélső leolvasások középértékét mm pontossággal igyekszünk megállapítani. Így a léchajlást még ebben a kedvezőtlenebb esetben is pontosabban tudjuk meghatározni, mint libellás léchajlasmérővel.

Az a k érték, amellyel a ferde léchossz javítanunk kell, hogy vízszintes vetületéhez jussunk, nyilván a léchossz és a lécvégpontok magasságkülönbségének függvénye:

$$k = f(l, m)$$

l adott, esetünkben 4 méter, m pedig mérésből származó, tehát általában hibás eredmény, következésképpen az a vonal, melyet az l és az m értékek jellemeznek, nem azonos azzal a vonallal, amelyet a lécek egymásután fektetésük alatt valóban elfoglaltak. Ez a jelenség a kígyózás a függőlegesben. Az m mennyiség hibáját a következőkben dm -el jelölöm. Ez dm' szabályos és dm'' szabálytalan részből áll. Szabálytalan hibák keletkeznek leolvasási hibákból, ingás szintező műszernél az ingó távcsöben észlelt szélső leolvasások középértékének helytelen megállapításából, a beszintezett pontok és a lécvégpontok nem azonos voltából, stb. Szabályos hibára a műszer igazításának hiányosságai vezethetnek, például az indexhiba, szintező libella igazítási hibája.

Az m -ben levő hibák miatt az $f(l, m)$ függvényből kiszámított k érték is hibás lesz, hibája:

$$dk = f'(l, m) dm = f'(l, m) dm' + f'(l, m) dm'' = dk' + dk''$$

Ahol $f'(l, m)$ az f függvény m szerint differenciál-hányadosa dk' , illetve dk'' pedig dm szabályos, illetve szabálytalan részéből eredő hibája a k redukció értéknek.

A vízszintes távolság hibátlan értéke nyilván

$$t = \sum l + \sum k$$

A hibás k' értékkel számolva

$$t' = \sum l + \sum k' = \sum l + \sum (k - dk) = \sum l + \sum k - \sum k' - \sum k''$$

azaz

$$t' = t - \sum dk' - \sum dk''$$

értékhez jutunk.

A magasságkülönbség meghatározásának véletlen jellegű hibái a mért magasságkülönbséget majd növelik, majd csökkentik, tehát a számított redukció értéke majd nagyobb, majd kisebb a hibátlan értéknél. A véletlen hibák összege: $\sum dk''$ tehát egy vonalon belül zérusnak vehető. Hacsak a magasságkülönbség meghatározásának egyébként véletlen jellegű hibái nem olyan természetűek, hogy nagyobb magasságkülönbségek esetén állandóan pozitív és kisebb magasságkülönbségek esetén negatív előjelűek, vagy fordítva, amikor is a magasságkülönbségek

dm'' hibái önmagukban ugyan véletlen jellegűek, azaz zérus összegűek lehetnek egy-egy vonalon belül, mégis a $\Sigma k''$ a zérustól különbözik, mert $dk'' = f'(l, m) dm''$, azaz függ az m magasságkülönbségtől, tehát a nagyobb magasságkülönbségekben fellépő hibák előjelével azonos előjelű mennyiség. A dm'' hibák ilyen sajátos eloszlása azonban nehezen képzelhető el.

A léchajlás meghatározásának véletlen jellegű hibái tehát a lécmérés eredményéből kiesnek.

Kérdés, mi a helyzet a szabályos dm' értékek hatását, tehát a $\Sigma dk'$ összeget illetően.

Az m -t színtezéssel határozván meg, m szabályos hibája az irányvonal igazításának hibájából eredhet, vagyis onnan, hogy a távcső irányvonala a libella középreállítás után, illetve ingás színtező műszernél a távcső nyugalmi helyzetének elérése ellenére nem vízszintes, hanem azzal ε szöget zár be.

Az ingás színtező műszernél ez az igazítási-hiba abban jelentkezik, hogy a távcső vízszintes irányszála a mérőléc vízszintes helyzete mellett nem mutat a lécbelosztás 0 vonására, a különbség az indexhiba. Minthogy mindaddig, míg a parallaxis csavarhoz nem nyúlunk, ε állandónak vehető, a műszer és színtező lécz vízszintes távolsága azonban változik a léchajlással és m lécvégpont magasságkülönbség mellett $\sqrt{l^2 - m^2}$ értékű, az m magasságkülönbségben

$$dm' = \varepsilon \sqrt{l^2 - m^2}$$

hibát okoz. Mivel továbbá m -hez

$$k = l - \sqrt{l^2 - m^2}$$

redukció tartozik, a redukció dk' hibája

$$dk' = \frac{m}{\sqrt{l^2 - m^2}} dm' = m \cdot \varepsilon \quad . . . 22,$$

lesz, és így az egész vonalban

$$\Sigma dk' = \varepsilon \Sigma m$$

szabályos hiba keletkezik a magasságkülönbség meghatározásának szabályos hibája miatt.

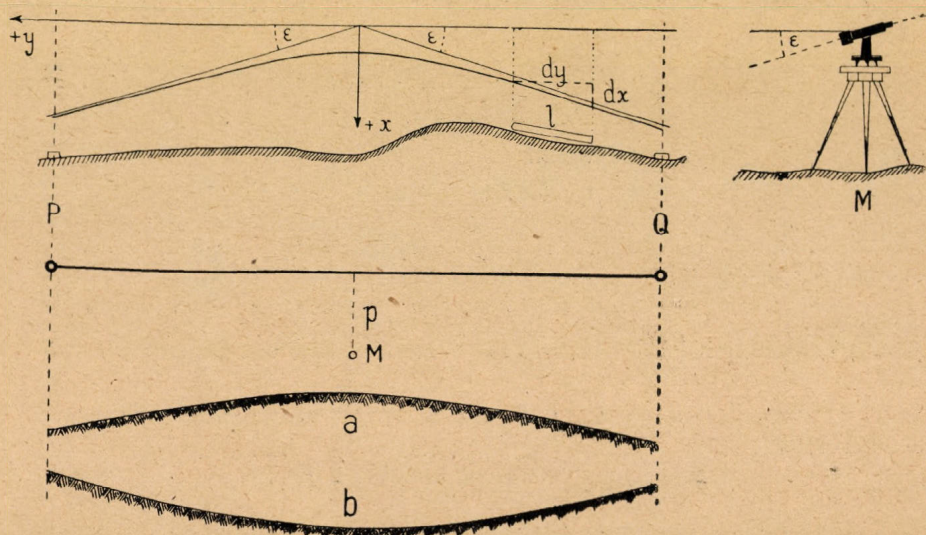
Σm nem egyéb, mint a távolság két végpontjának P és Q -nak magasságkülönbsége $\left(\begin{smallmatrix} P \\ Q \end{smallmatrix}\right)$. Ha visszaméréskor a színtező műszert és lécet úgy helyezzük el, hogy a $\left(\begin{smallmatrix} Q \\ P \end{smallmatrix}\right)$ magasságkülönbséget kapjuk, akkor visszaméréskor

$$\Sigma dk'_{\text{(vissza)}} = \varepsilon (-\Sigma m) = -\Sigma dk'_{\text{(oda)}}$$

és így az oda-visszamérés középértékéből az indexhiba hatása kiesik. Az indexhiba kiküszöbölése indokolja tehát azt a bevezetőben említett

szabályt, hogy a műszer, ha odaméréskor mindig a hátsó lécvégen állott, úgy visszaméréskor is ott kell álljon.

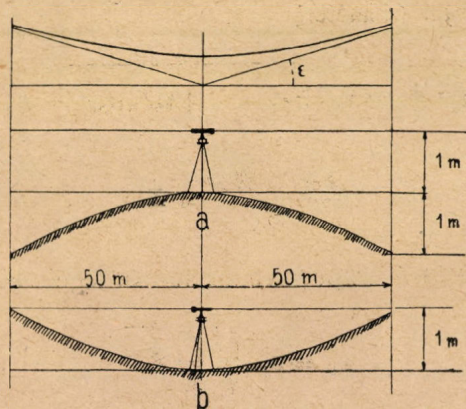
Az ingás szintező műszer irányvonalának vizsgálata olyképen történt, hogy a lécet szokásos módon két végén alátámasztva, a műszert először az egyik, mondjuk A végre, a lécet a másik, B végre állítva leolvastuk a léceket. A két leolvasás különbségének fele az indexhiba. Mivel a műszer szétszedése nélkül nem igazítható, az indexhibát úgy küszöböltük ki, hogy a meghatározott magasságkülönbségeket vele megjavítottuk. Nyilvánvaló, hogy a vizsgálat leírt módon való végrehajtása mellett nem a léce végéleinek A , illetve B pontján átmenő egyenes hajlását kapjuk meg a megállapított és az indexhibával megjavított magasságkülönbség értékkel, hanem a léce, illetve a műszer felhelyezésére szolgáló vasgombokon átmenő egyenesét. Ez utóbbi a vasgombok (sarúk) felerősítésének tökéletlensége miatt általában nem párhuzamos a léctengellyel (az $A B$ egyenessel). Az indexhiba meghatározásának helyes módja tehát az lenne, hogy a műszer és a szintező léce felcserélésével egyidejűen a léceket is átfektetnők alátámasztásain és így a második mérésnél is a műszer lenne az A és a léce a B végénél, de az A vég kerülne arra az alátámasztásra, amelyen előbb a B volt és megfordítva. Ez esetben a mérés közben is ügyelni kellene arra, hogy a műszer mindig ugyanazon a lécvégen álljon, ahol vizsgálatkor. Tekintettel arra, hogy a léctengely és a vasgombok összekötő vonalának nem párhuzamossága csak csekély értékű lehet, ettől a nehézségtől mentesítjük a mérés végrehajtását azzal, hogy az indexhiba értékét csak a vasgombok vonalára határozzuk meg. Ha a mérési pályán az esések és ellenesések váltakoznak, a nem párhuzamosságból eredő hiba véletlen jellegű, egyenletes lejtésű terepen pedig az oda-vissza mérés középértékéből ejthetjük ki hatását azzal, hogy a lécvé-



14. ábra.

geket visszaméréskor felcseréljük. Azaz ha P pontból Q pontba haladó mérésnél a lécnél A vége volt P felé fordítva, úgy visszaméréskor A -nak Q felé fordulva kell lennie.

Ami mármost nem ingás szintező műszer esetében az igazítási hibából származó szabályos hibát illeti, megelégszünk annak leszögezésével, hogy az igazítási hiba feltétlenül kisebb értékű lehet csak, mint az ingás műszernél, másrészt szabályos hibára csak végpontról történő szintezés esetében vezethet, amikor értéke az ingás műszerével azonos torzulással fejezhető ki, kiejtésére tehát hasonló módszer (az álláspontul szolgáló végpont felcserélése) alkalmas. Annak igazolására, hogy a mérési vonalon kívül eső pontból végzett szintezésnél igazítási hiba ellenére nem keletkezik szabályos hiba, a 14. illetve 15. ábrára utalunk. Ebben az esetben u. i. a műszer horizont egy az igazítási hiba pótszögével ($90^\circ - \epsilon$) egyenlő félnyílású körkúp, a magasságkülönbségeket tehát egy hiperbolától mérjük, s így lécfekvéseinként m -t dl hibával terheljük. Ám ezek a vonal mentén csak akkor azonos előjelűek, ha véletlenül a mérőpálya a 15. ábra a . illetve b . vonalával azonos jellegű. Általában tehát kiesik, különösen, ha a vonal mentén többször át kell állni s így a terep-vonalának és a hiperbolának relatív helyzete megváltozik.



15. ábra.

Áttekintve a mondottakon, azt látjuk, hogy a magasságkülönbség-meghatározás szabályos hibáinak hatása, ha ingás szintező műszert használunk, a mérés megfelelő berendezésével kizárható, szintező műszer alkalmazásánál pedig csak különleges terepviszonyok mellett ad számbavehető értéket, a mérések nagy tömegében azonban kevés szerepet játszik.

A következőkben azt vizsgáljuk meg, hogy a magasságkülönbség-meghatározásának dm'' véletlen hibái következtében a mért távolság középhibája milyen értékű lesz.

Az oda-vissza mért távolság a vízszintesre való redukciók részletes kiírásával

$$t = \frac{t^o + t^v}{2} + \frac{l}{2} [(k_1^o + k_2^o + \dots + k_n^o) + (k_1^v + k_2^v + \dots + k_n^v)]$$

tehát a távolság μ_T középhibája, ha a magasságkülönbségé μ_m

$$\mu_T = \left\{ \frac{1}{4} \left[\left(\frac{d k_1^o}{d m} \right)^2 + \left(\frac{d k_2^o}{d m} \right)^2 + \dots + \left(\frac{d k_n^o}{d m} \right)^2 + \left(\frac{d k_1^v}{d m} \right)^2 + \dots + \left(\frac{d k_n^v}{d m} \right)^2 \right] \mu_m^2 \right\}^{1/2}$$

A gyakorlatban előforduló magasságkülönbségek mellett a jelen célra mindig elegendő pontossággal kapjuk k értékét az $\frac{m^2}{2l}$ közelítő képletből, tehát általában

$$\frac{d k}{d m} = \frac{m}{l}$$

vagyis

$$\left(\frac{d k}{d m} \right)^2 = \frac{m^2}{l^2} = \frac{2}{l} k$$

Ezt μ_T fenti kifejezésébe helyettesítve és figyelembe véve, hogy l állandó minden tagban (4 méter)

$$\mu_T = \sqrt{\frac{1}{2l} [k_1^o + k_2^o + \dots + k_n^o + k_1^v + \dots + k_n^v] \mu_m^2} = \mu_m \sqrt{\frac{1}{l} \frac{\Sigma k^o + \Sigma k^v}{2}}$$

ahol

$$\frac{\Sigma k^o + \Sigma k^v}{2} = \Sigma k$$

az oda-vissza mérésnél kapott redukció összegek középértéke, tehát

$$\mu_T = \mu_m \sqrt{\frac{1}{l} \Sigma k}$$

Mivel $l = 4$ méter

$$\mu_T = \frac{1}{2} \mu_m \sqrt{\Sigma k}$$

a magasságkülönbség meghatározás μ_m középhibájából eredő középhibája az oda-visszamérés középértékének. E kifejezésből μ_T ugyanolyan egységben adódik, mint amilyenben μ_m -t írjuk be, Σk azonban mindig *méter* egységben értendő. Ha például 100 m hosszú, 10% állandó emelkedésű terepen fekvő vonal hossz mérésénél $\mu_m = \pm 10$ mm, úgy

$$\mu_T = \frac{1}{2} 10 \sqrt{0,5} \sim \pm 3,5 \text{ mm}$$

Ebből a számpéldából fontos következtetést vonhatunk a szabatos

lécmérésben a magasságkülönbség meghatározásának szükséges pontosságára. 10%-os emelkedés már igen tekintélyes, a budapesti hegyvidéki közlekedési utak csak egészen kivételesen haladják meg ezt az értéket. A többnyire utakon vezetett sokszögvonalak átlagos hajlása ennél mindenesetre lényegesen kisebb. Ha tehát a magasságkülönbséget 10 mm-nél nem nagyobb hibával határozzuk meg, a mért távolság hibája a fenti értéknél kisebb kell legyen. Ennek a fejezetnek az elején mondtuk, hogy szintezéssel 1'—2' pontossággal határozhatjuk meg a lécek hajlását, ha a magasságkülönbséget mm-re olvassuk le. A most közölt számpéldából kiviláglik, hogy erre a szélső pontosságra csak kivételesen lehet szükség, például olyankor, amikor a mért távolságot magaspont levezetésére használjuk és kiegyenlítésbe vonjuk be. Egyéb célra főkéletesen megfelel az említett kisebb $\sim 5'$ pontosság is, ami bizonyára betartható, ha a léceken csak kerek cm-et olvasunk le. Így ugyanis egy-egy magasságkülönbség hibája az elhanyagolás kedvezőtlen halmozódása esetén érheti el a cm-t, a középhiha lényegesen csekélyebb lesz, körülbelül ± 4 mm-re becsülhető, ami szögmértékben közel 3'. Igazolásra szorul azonban még az, hogy az ingás szintező műszerrel meghatározott magasságkülönbség, illetve hajlás pontossága valóban a fejezet elején említett 5' körül van. Az ingás szintező műszerrel meghatározott magasságkülönbségeket ugyan mm-ben adjuk meg, az ingó távcsőben tett leolvasás megbízhatósága azonban ennél feltétlenül kisebb.

Az ingás szintező műszerrel meghatározott magasságkülönbség középhihibájára sajnos nincsenek értékeink. Kürti idézett cikkében közölt $\pm 1,5$ mm középhiha laboratóriumi érték, mérés közben a bizonytalanságok ennél mindenesetre nagyobbak. A hossz mérések alkalmával ugyan mindig oda-vissza szintezést végzünk, mivel azonban csak a lécvégek magasságkülönbségét mérjük és a mérés kezdetén s végén fix pontba nem kötünk be, az oda-vissza szintezés különbségét a mérési hibákon kívül az az esetlegesség szabja meg, hogy a lécvégek alátámasztására milyen vastag alátétlemez volt szükséges az egyik és a másik mérésben.

A középhiha és a redukció-összeg összefüggése legalábbis elvben módot ad a μ_m középhiha levezetésére. Ha ugyanis ugyanolyan hosszú és ugyanolyan Σk redukció-összegű vonalak oda-vissza mérésének különbségéből közép-szabálytalanhibát (μ_{sz}) számítunk, úgy ez mindenestre két részből áll: az egyik a magasságkülönbség μ_m középhihibájától függő μ_T , a másik ettől független rész μ azaz

$$\mu_{sz}^2 = \left(\frac{1}{2} \mu_m \sqrt{\Sigma k} \right)^2 + \mu^2 \quad . . . 25.$$

Ez ugyan még csak egy összefüggés két — μ_m és μ — ismeretlennel, de μ_{sz} értéke különböző távolságokhoz és Σk értékekhez is megállapítható úgy, hogy végül is a két ismeretlen a feltételi egyenletek csaknem tetszőleges nagy számából kiegyenlítéssel vezethető le. A feltételi egyenletek megállapításánál élhetünk azzal a feltevessel is, hogy μ nem állandó, hanem μ_0 / t alakban a távolságtól függ és ekkor μ_0 , — a hosszegység középhihibája — lesz a második ismeretlen.

Ha tekintetbe vesszük, hogy az oda-visszamerés különbségét, tehát a μ_{sz} értéket is, a magasságkülönbség meghatározásának hibáin és a mért távolság hosszán kívül még számos körülmény befolyásolja, amelyek a fenti összefüggésben nem jutnak kifejezésre, mert legnagyobb részben matematikai alakban ki sem fejezhetők és ennek következtében hatásuk a kiegyenlítés folytán a figyelembe vett tényezők valamelyikéhez csatlakozik, annak értékét módosítja, — az így levezetett μ_m értékek megbízhatóságában legalább is kételkednünk kell és legfeljebb mint a valódi μ_m érték felső határértékét kezelhetjük.

Ennek figyelembevételével inkább csak tájékozásul mindössze 4 sokszögelési csoportban vezettem le μ_m értékét. A csoportokat úgy választottam ki, hogy mindegyikben legyen hegyes és sík jellegű rész. A μ_{sz} megállapítására csoportonként átlag 250 sokszögoldalt használtam, a feltételi egyenletek száma egy-egy csoportban 40—50 között volt. A fenti összefüggés levezetésének gondolatmenetéből következik, hogy μ_m a lécvégpontok, azaz egy 4 m-es távolság magasságkülönbségének középhibája, az ingás szintező műszerre vonatkozó középhiba tehát ennek csak $\frac{3}{4}$ része. Az alábbi táblázat feltünteti a 4 csoportban kapott μ_{sz} és $\frac{3}{4} \mu_m$ értékeit, továbbá a $\mu_0 \sqrt{t}$ értékét $t = 100$ m-en:

	μ_{sz}	$\frac{3}{4} \mu_m$	$\mu_0 \sqrt{t}$
	$\pm 3,7$ mm	$\pm 10,4$ mm	$\pm 2,4$ mm
	2,1	4,7	2,0
	4,2	11,3	2,7
	3,3	14,2	1,9
középérték	3,2	9,8	2,3

A 3 m-re vonatkozó μ_m értéke tehát feltétlenül 10 mm alatt van.

A bevezetésben közölt táblázat megadja minden sokszögelési csoport μ_{sz} értékét. Ha a csoportokat terepalakulatok szerint sík és hegyes, illetve a részben sík, részben hegyes csoportokat „közép” megjelölésű osztályba sorozzuk, a μ_{sz} értékek átlaga osztályonként az alábbi lesz:

sík	$\pm 1,9$ mm/100 m
közép	3,0
hegy	5,3

Ha feltesszük, hogy a síkvidéki középhiba magasságkülönbségből származó részt nem tartalmaz, a hegyvidéki pedig ép a magasságkülönbség meghatározásának hibái miatt nagyobb, az ebből eredő középhibára $\pm 4,9$ mm-t kapnánk. Láttuk azonban, hogy még 10% átlagos hajlás és $\mu_m = \pm 10$ mm mellett se lehet több ez az érték $\pm 3,5$ mm-nél. Ebből következik, hogy a hegyes vidéken a hosszmerés közép-szahálytalan-hibája nagyobb mértékben növekedik, mint azt a magasságkülönbség-meghatározás bizonytalanságai alapján várhatnók. Ennek oka valószínűleg az, hogy hegyvidéken a mérőpálya általában kedvezőtlenebb. Ebből azután ismét az következik, hogy a 25. alatti összefüggésből

levezetett μ_m a helyes értéknél nagyobb, mert ezt a mérő pályától függő tényezőt is magában foglalja.

μ_m -re a G. I. csoportban végzett mérések alapján lehet még egy tájékoztató értéket levezetni. Minthogy ebben a csoportban a Rédey-féle vassarúkon mértek, a háromszögeléssel kapcsolatos hossz mérésektől ez a mérés a szabálytalan hibák szempontjából csak annyiban különbözik, hogy 1. a szintezés ingás szintezővel, tehát kisebb megbízhatósággal történt, 2. a mérőpálya kedvezőtlenebb, meredekebb. Az utóbbi — számszerűen ki nem fejezhető — hatástól eltekintve, a közép-szabálytalanhibák különbségét az ingás szintező műszer nagyobb μ_m értékének terhére írhatjuk. Mivel a háromszögelési hosszak közép-szabálytalanhibája (100 m távolságon) $\pm 0,6$ mm, a G. I. csoportbelié $\pm 1,7$ mm, a quadratikus különbség $\pm 1,6$ mm és így a 24-ik összefüggés alapján a G. I. csoport átlagos redukció összegével (0,2 m-el) számolva a 3 m-re vonatkozó $\mu_m \approx \pm 5$ mm. Még ez az érték is valószínűleg nagyobb a helyesnél, a mérőpálya kedvezőtlenebb voltának figyelmen kívül hagyása miatt, bár vassarúkon, tehát stabil alátéteken végzett mérésnél ez a hatás nem lehet nagy.

Mindenesetre $\mu_m < \pm 5$ mm és mivel 5 mm 3 m távolságon mintegy 5'-t jelent, igazoltuk, hogy az ingás szintező műszer a lécek hajlását legalábbis $\pm 5'$ középhibával meghatározza. Így a magasságkülönbség meghatározásának bizonytalanságából származó középhibája egy 100 m-es távolságnak különböző emelkedés (illetve hajlásszög) mellett a 24. alatti képlet szerint az alábbi lesz:

%	hajlásszög	μ_r
1	0° — 35'	$\pm 0,2$ mm
2	1 — 2	0,4
5	2 — 52	0,9
8	4 — 35	1,4
10	5 — 45	1,8
12	6 — 54	2,1
15	8 — 37	2,7

2. Kígyózás a vízszintesben.

A vízszintesben való kígyózás alatt a léceknek oldalirányú kitéréseit értjük. Ha a két lécvég kitérésének különbsége z , akkor a lécek az egyenesbe eső vetületét ugyanúgy nyerhetjük, mint z nagyságú lécvégpont-magasságkülönbséghez tartozó vízszintes vetületet. Vagyis a léchosszakokat a z -nek megfelelő redukciós értékkel kellene ellátnunk és a redukció összegével a mérés-adta eredményt meg kellene javítanunk. Ettől a javítástól eltekintünk, azaz az egyenesből való oldalirányú kitéréseket figyelmen kívül hagyjuk, így a redukcióösszegnek megfelelő hibát követünk el. Mivel a redukciók mindig negatív előjelűek, a mérés eredménye a hibátlan értéknél nagyobb lesz. A kígyózás tehát szabályoshiba annyiban, hogy előjele állandóan negatív, értéke igen különböző lehet. Legkisebb értéke zérus. Hogy a méréseknek ebből a hiba-

forrásból eredő állandó hibáját meghatározzuk, az alábbiakban az előfordulható legnagyobb értéket igyekezem megállapítani.

A távolság egyeneséből való kitérés két okra vezethető vissza: az egyik a távolság egyenesének hiányos kitűzése, a másik a léceknek tökéletlen beállítása a kitűzött vonalba.

Mint a bevezetésben szó volt róla, az egyenest zsinórral tűzték ki. A kifeszített zsinór különösen egyenetlen terepen, ahol az egyenetlenségekben megakadhat, hullám-vonal alakban helyezkedik el. A hullámok ívmagassága elsősorban a vonal hosszától és a terep alakulatától függ. A lécek ideális elhelyezése esetén a végpontok egyenes távolsága helyett a zsinór által kijelölt hullámvonal hosszát mérnék meg. Ám a lécek nem követik pontosan a zsinórt, a léceket kezelő napszamosok gyakorlottságától függően a zsinórtól kisebb-nagyobb eltérések mutatkoznak, azaz egy törtvonalon mérünk. Tehát a kígyózás összeadódik az egyenes és a hullámvonal hosszának különbségéből és az egyes léceknek a zsinórhoz viszonyított eltéréseiből.

A kifeszített zsinórnak kitérését az egyenesből, azaz a hullámok ívmagasságát néhány esetben, igen kedvezőtlen terepen az egyenes irányba beállított műszer-távcső segítségével megvizsgáltam, leolvassván a függőleges irányszál helyzetét egy a zsinórhoz tartott vízszintes mércén és kiszámítottam az így kapott z értékhez tartozó redukciókat. Ezek csak egy esetben haladják meg az 1 mm-t (1,3 mm) 70—150 m vonalhossz mellett.

Ami az egyes léceknek a zsinórtól való eltéréseit illeti, arra vonatkozóan az a tapasztalat, hogy kellően begyakorolt személyzettel végzett mérésben a lécvégpontok kitérésének különbsége semmiesetre sem lehet nagyobb, mint a lécmerevítő bordájának szélessége. Ugyanis a hátul levő léckezelő a merevítő-borda irányában elnézve figyelheti, hogy az ütköztetés helyén nem mutatkozik-e törés a bordák vonalában s ha igen, azt helyesbíti. Így szélső esetként lehet tekinteni azt, hogy minden lécfekvésben a z érték 15 mm, amikor is 100 m távolságon az elkövetett hiba 0,7 mm.

Megállapíthatjuk tehát, hogy a kígyózás következtében 100 m hosszban fellépő hibák összegének felső határértéke a fenti két érték összegezéséből 2,0 mm-nek adódik. S minthogy az alsó határértéke zérus, átlagosan

$$- 1,0 \text{ mm}$$

hibára számíthatunk.

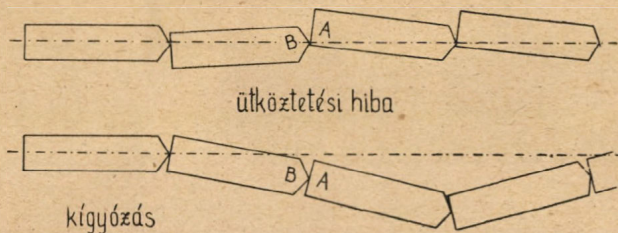
3. A lécek ütköztetése.

A mérés folyamán a lécek váltakozva őrzik a már lemerített szakasz végpontját, a fekvő és leszorítva tartott lécnél tehát mindaddig mozdulatlannak kell lennie, míg a másik lécmerevítő elöl levő végéhez nem ütköztetik és azt le nem szorítják. Az ütköztetés annyit jelent, hogy az egyik lécmerevítő A pontja érintkezésbe kerül a másik lécmerevítő B pontjával. (A mindig a vízszintes, B a függőleges élen képzelendő.)

Az ütköztetés végrehajtása és a vele kapcsolatos jelenségek többféle módon hibaforrások lehetnek.

Az ütköztetés túlságosan durva végrehajtásakor a hátsó (mozdulatlan) lécet az elől lévő hátralökheti. A hátralökés hatásával Abendroth [1] foglalkozott és értékét léchosszanként 0,05 mm-re becsülte. Nyilván negatív szabályos hibát jelent, de gondosan végzett ütköztetésnél aligha érheti el ezt az értéket és kirekeszthető a szabatos mérés hibái közül. Mindenesetre arra ügyelni kell, hogy az elől levő lécvégleges elhelyezéseig (az első lécvég alá kerülő alátét lemez megfelelő beállításáig) ütköztetni nem szabad, hanem a két lécvég között 1—2 cm-es hézagnak kell lenni.

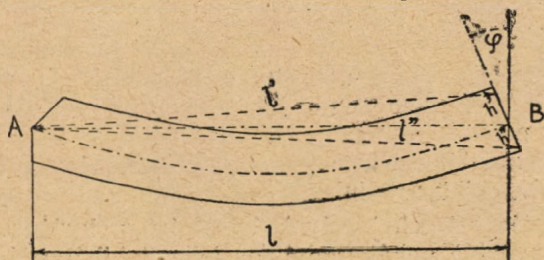
Hiba származhat továbbá onnan, hogy az élnek nem pontosan az A , illetve a B pontja érintkezik a másik léc B , illetve A pontjával. Az A élnél elkövetett hiba lényegében kigyózás a vízszintesben, de kigyózásnál az egymást követő léctekvésekben a függőleges él (B) is elmozdul a mérés egyeneséből, addig ütköztetési hibánál B az egyenesen van állandóan, csak a vízszintes (A) él mutat kisebb szabálytalan kitéréseket (16. ábra). Mindenkép helyesen nagyobb eredményre ve-



16. ábra.

zet, de a vízszintesben való kigyózásról mondottakkal összevetve a kitérés csak annál kisebb, néhány mm lehet. Érzékelhető hiba tehát ezen az úton nem keletkezhet.

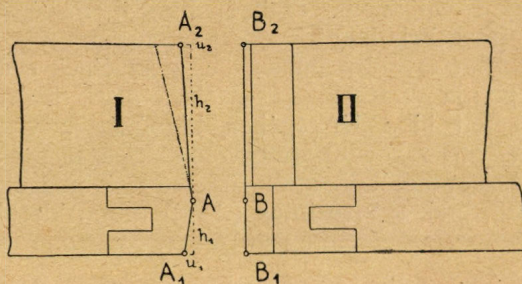
Más a helyzet a függőleges él ütköztetésénél elkövetett hiba esetében, azaz akkor, ha a B pont helyett a függőleges él egy ennél alacsonyabban, vagy magasabban fekvő pontját hozzuk érintkezésbe az A ponttal. Mivel a léc behajtása miatt a végél nem merőleges az AB vonalra (17. ábra), hanem azzal $\varphi = 4 \frac{f}{l}$ szöget zár be a B pont



17. ábra.

helyett attól h távolságra ütköztetett lécek hossza nagyobb vagy kisebb az szerint, hogy h B alatt, vagy felett van. Az ábrából ugyanis leolvasható, hogy $1' < 1$ és $1'' > 1$. A h \varnothing hiba tehát szabálytalan és így a mérés eredményéből kiesik elegendő hosszú vonalnál.

Veszedelemes hibaforrás a lécek hiányos ütköztetése. Egyenetlen mérőpályán lép fel akkor, ha hirtelen emelkedések és esések váltakoznak, vagy az emelkedési viszony hirtelen megváltozik. A jelenség könnyebb áttekintése végett a 18. ábra bemutatja a függőleges és a vízszintes él részletes rajzát.



18. ábra.

Nyilvánvaló, ha a II. lécek hajlása erősen különbözik az I. lécektől az ütköztetés nem az A és a B között jön létre, hanem vagy az A_1 és a B_1 , vagy pedig az A_2 és a B_2 kerül érintkezésbe, míg A és B között hézag támad, amely megnöveli a lécek hosszát és így pozitív előjelű mérési hibát okoz. A hiba nagysága egyébként igen különböző lehet, szabályossága csak abban rejlik, hogy előjele állandóan pozitív. Ha az I. lécek végpontjainak magasságkülönbsége adott, akkor a II. lécek végpontjainak magasságkülönbsége csak az u és h értékek segítségével megállapítható m_h értékkel különbözhet az I. lécektől, különben nem jön létre szabályos ütközés. m_h értéke:

$$m_h = l \frac{u_1}{h_1} \quad \text{vagy} \quad m_h = l \frac{u_2}{h_2}$$

Régebbi léceinknél $u_1 = 2 \text{ mm}$, $h_1 = 14 \text{ mm}$, és $u_2 = 3 \text{ mm}$ és $h_2 = 40 \text{ mm}$. Tehát domború mérőpályánál a két lécek végpontjainak magasságkülönbsége legfeljebb 55 cm-t, homorú mérőpálya esetében pedig 30 cm-t különbözhet. Az utóbbi érték javítható, ha a lécek vízszintes élénél a merevítő bordát ferdén lemetszük az él hajlásának megfelelően, úgy amint azt az ábrán a pontozott vonal mutatja. Újabb léceink már így készültek. Erre a hibaforrásra való tekintettel mérés közben ügyelni kell arra, hogy a lécek hajlásában hirtelen változás ne következzen be. Hullámos terepen a lécvégek megfelelő alátámasztásával kell a hirtelen hajlászváltozásokat kiküszöbölni.

Az ütköztetés végrehajtásával kapcsolatos leglényegesebb, mert állandóan érvényesülő, tehát szabályos jellegű hibát adó hibaforrás az alátét lemezek előre billenése a mérés irányában. Arra, hogy ez a jelen-

ség szabályos hibára vezethet, Oltay professzor hívta fel a figyelmet. Az alábbiak elgondolásának helyességét tökéletesen igazolják.

A jelenség könnyebb áttekintése végett feltesszük, hogy a talaj felszíne sík, anyaga homogén és rugalmas. (Pl. nedves földút, porral fedett utak, salakos gyalogjárók, alacsony gyeppel fedett talaj). A mérés leírásából tudjuk, hogy a szilárdan, esetleg faékekkel megtámasztottan elhelyezett alátét lemez (deszka) közepe táján ütközik a két lécvég, így akkor amikor a hátsó lécet szorítja le a léckezelő az alátétnek csak hátrafelé eső fele van lenyomva, tehát terhelése egyenlőtlen. A hátsó léc előre hozása, megfelelő elhelyezése és ütköztetése, azaz az elől levő léc leszorításakor szűnik csak meg az egyenlőtlen terhelés, mert akkor az előre hozott léc végére is hat, feltehető ugyanakkora erő mint a hátsó lécre. A hátsó léc felemelésekor a terhelés ismét egyenlőtlené válik, de most csak a deszka elől levő végére hat erő, az alátét önsúlyától eltekintve. Ha a rugalmas talaj p erő hatására η^0 összenyomódást szenved, akkor a G önsúly és a két leszorító P erő együttes hatására az F felületű lemez magassági helyzete

$$\eta = \eta_0 \rho = \eta_0 \frac{G + 2P}{F} \quad . . . 26.$$

értékkel változik meg. Mivel az erők nem egyidejűen lépnek fel az összenyomódás részletekben következik be. Ez vezet azután az alátét billenésére és ezzel a léc előrecsúszására.

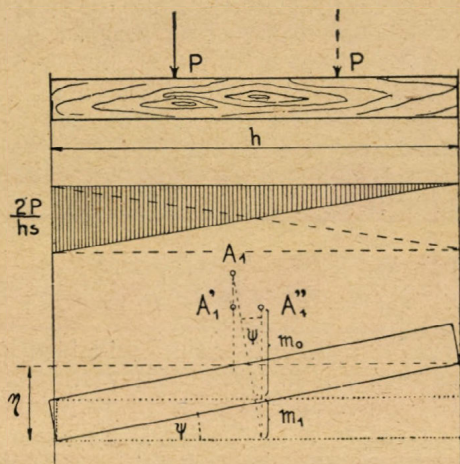
Tekintsünk el egyenlőre a G önsúlytól. Ez az erő az egész F felületen egyidejűen lép fel, ha tehát a talaj rugalmas összenyomódást szenved úgy hatása csak annyi, hogy a lemez kissé megsüllyed. A P erő a lécvégeken hat, lényegében 8–10 cm hosszban egyenletesen megoszló erőrendszer eredőjének lehet tekinteni, így támadási pontja a lécvégtől legfeljebb 5 cm lehet.

A továbbiak végett meg kell különböztetnünk *hosszú* és *rövid* alátét lemezeket. Az előbbieknél 8–10 cm háromszorosával egyenlő h hosszúságú alátétek értendők, az utóbbiak ennél rövidebbek.

Ha az alátét lemez hosszú, a P erő a terhelt F felület „belső harmadában” hat, tehát a talajnak átadódó erőrendszer egy olyan h befogójú derékszögű háromszög, amelynek másik befogója $\frac{2P}{h}$

ahol s a lemez szélessége [21]. Mivel a talaj összenyomódása, azaz a lemez helyzetváltozása az erővel arányos a lemez helyzete a 19. ábrán teljes vonallal kihúzott lesz. Az előre hozott léc ütköztetése és leszorítása után hat a jobb oldali P erő is, ennek megfelelő erőábra az előbbinek tükörképe és mivel most mindkettő hat (a hátsó léc felemeléséig) az erők egymásra halmozásának elve szerint olyan talajdeformáció áll elő, hogy a lemez eredeti helyzetével párhuzamosan, de η értékkel mélyebben helyezkedhetik el (a pontozott vonal az ábrán). A lécek ütköztetése az alátét felett m_0 magasságban történik, az alátét vastagsága m_1 . Az él az első helyzetben A_1 pontban volt és itt történik az ütköztetése. Kérdés mi történik az ütköztetést követő pillanatban, amikor a léckezelő az elől levő lécet is leszorítja, miáltal az alátét a

második helyzetet foglalja el. Ha a hátsó lécvéget az ottan álló figuráns erősen szorítja, ez a lécs nem mozdul el, a hátsó lécs elől levő vége az A_1 függőlegesében fog mozogni (helyesebben egy köríven, melynek középpontja a hátsó lécs hátsó vége és sugara a lécs hossza) és így A'_1 helyzetbe jut. Ugyanakkor az elől lévő lécs az alátéttel együtt mozog (a figuráns kissé mindig hozzá fogja a lécs az alátétthez) és így A''_1 helyzetbe kerül. Ennek következtében megszűnik az érintkezés a lécvégek között és $A'_1 A''_1$ nagyságú hézag keletkezett. Ha a hátul levő lécskezelő az ütköztetéskor előkészülvén a lécs továbbvitelére a lécs el-



19. ábra.

engedi, akkor a hátsó lécs is együtt mozoghat az alátéttel, vagyis a hátsó lécs vég is A''_1 -be kerül, hézag nem keletkezik, viszont az egész lécs előre csúszott az $A'_1 A''_1$ értékkel. Minthogy az alátét a billenés folyamán

$$\psi = \frac{\eta}{h}$$

szöggel fordul el, az

$$A'_1 A''_1 = \lambda = \psi (m_0 + m_1) = \eta \frac{m_0 + m_1}{h}$$

jó közelítéssel, ahol

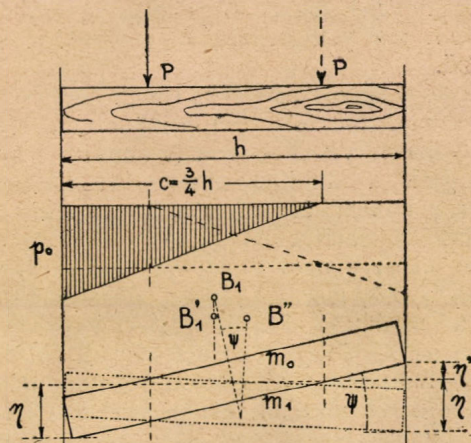
$$\eta = \eta_0 \frac{2P}{hs}$$

tehát

$$\lambda = 2 \eta_0 \frac{m_0 + m_1}{h^2 s} P \quad \dots \quad 27.$$

Mivel a λ értékű előre-csúszás végeredményben annyi, mintha a lécs hossza λ -val megnövekedett volna, az előre-csúszás 100 m-re 25 λ értékű pozitív előjelű szabályos hibára vezet.

Az elmondottak *hosszú* alátétekre érvényesek. Ha az alátét *rövid* a P erő a terhelt felület belső harmadán kívül hat és mivel a lemez a talajnak csak nyomó erőt adhat át, ott ahol húzó feszültség keletkeznék, a keresztmetszet „felnyílik” azaz az erő megoszlás az ábrán látható lesz. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy P az F felület egy negyedében hat (ha $h = 20$ cm, ez mindig így is van). Nyilvánvaló ekkor, hogy $c = \frac{3}{4} h$ és így (20 ábra):



20. ábra.

$$p_0 = \frac{8}{3} \frac{P}{hs}$$

A lemez ismét hátrafelé billen, felnyíló végén

$$\eta' = \frac{1}{3} \eta$$

értékkel felemelkedik. Az ütköztetés után ismét a tükörképnek megfelelő erőmegoszlás járul az előbbihez úgy, hogy a lemez végül is

$$\psi = \frac{4}{3h} (\eta + \eta') = \frac{16}{9} \frac{\eta}{h}$$

szöggel fordul el és az ütközési pont B'_1 -ből B''_1 -be kerül. A $B'_1 B''_1 = \lambda$ távolság most

$$\lambda = \frac{16}{9} \frac{\eta}{h} (m_0 + m_1)$$

vagy

$$\eta = \eta_0 \frac{8}{3} \frac{P}{hs}$$

helyettesítéssel

$$\lambda = \frac{128}{27} \eta_0 \frac{m_0 + m_1}{h^2 s} P \approx 5 \eta_0 \frac{m_0 + m_1}{h^2 s} P \quad . . . 28.$$

Összevetve a most kapott λ értéket a hosszú alátétekre levezetett, azonnal kiolvasható, hogy a hosszabbak ugyanolyan körülmények között kisebb elcsúszásra vezetnek, tehát előnyösebbek. Az egyenlő hosszúak közül pedig az alacsonyabbak a jobbak. Az alátét magasságát azonban a terepegyenletlenségek szabják meg, így rendszerint többfélet tartunk készenlétben, amelyek hossza és szélessége egyenlő, de magasságuk különböző.

Legelőnyösebbek a súlyos alátétek. Ha u. i. a G önsúly nagy, úgy mellette a P erő elhanyagolható annál is inkább, mert súlyos alátét alkalmazása esetén a lemez végeket nem is annyira leszorítják, mint inkább csak hozzáfogják a stabilan elhelyezett alátétekhez, tehát a P erő számottevő értéket nem ér el. Minthogy pedig G nagy, a talaj összenyomódása már az alátét elhelyezésekor egyenletesen végbemegy, utólagos elfordulás, csúszás nem állhat elő. Különösen előnyös, ha az alátét 3 csúcson nyugszik, mert ekkor az egész terhelés koncentráltan adódik át, tehát a rugalmas alakváltozások gyorsan bekövetkeznek. Szabatos hossz mérésre ennél fogva vasból készült több kiló súlyú nagy méretű alátétsarúk használata ajánlatos. Ilyen a Rédey-féle. A fából készült 3 csúcson nyugvó alátétek kis súlyuk miatt kevésbé stabilak, a leszorításkor utólagos helyzetváltozások következhetnek ezeknél is, így lényegesen nem jobbak az egyszerű falapoknál.

A λ -ra levezetett összefüggések a valóságban kivételesen megvalósuló ideális esetre vonatkoznak. Épen ezért nem volna értelme a P erő és az η_0 tényező nagyságával foglalkozni. A valóságban a talaj apró egyenetlenségei, élek, kis kavicsok, rosszul elhelyezett ékek lesznek azok a pontok, amely körül a ψ szögforgás létrejön. Épen ezért értéke lehet csekélyebb is (pl. síma aszfalton), de lényegesen nagyobb is (rossz kockakő burkolaton), mint az ideális esetben. Lényeg csak az, hogy a terhelés időbeli egymásutánja miatt a billenés és a mérés haladási aránya mindig egyezik, a λ tehát mindenkor növeli a léchosszt.

Lehetne kísérleti úton megállapítani az alátét billenésének mértékét és ellenőrizni a jelenség lefolyását. Ilyen kísérletet nem végeztünk, de a gyakorlati célból végzett mérések eredményei kétséget kizáró módon igazolják, hogy a deszka-alátétek alkalmazása pozitív előjelű hibát adó hibaforrás és a budapesti szokszögelés állandó hibája (+ 10,2 mm/m) nagyrészt erre az okra vezethető vissza.

A közölt táblázat G. I. sorában álló állandó hiba minimális értékű. Itt, — mint már említettem, — a Rédey-féle sarúkon mértek, csúszás valóban nem volt, mert a + 2,4 mm, mint láttuk az egyéb hibaforrásokkal jól megmagyarázható. Az F csoportban az állandó hiba + 9,5 mm (100 m-enként.) A csoportban végzett ellenőrző mérések alkalmával a méréseket a Rédey-féle sarúkon végezték. Az ellenőrzésül mért hosszak a megbízott mérnök eredményeinél 100 m-ként közel 10 mm-el hosszabbak voltak. A + 9,5 mm-es állandó hibának bizonyára csak egy, bár kétségtelen tekintélyesebb része a csúszásból eredő. Mivel a megbízott mérnök és az ellenőrző mérés eljárása között csak

az alátétekben volt különbség az „ellenőrző — megbízott mérnök” értelemben vett különbségnek 9,5 mm-nél kisebbnek kellene lennie. A valóságban nagyobbak adódtak, ami esetleg a komparálásból eredő negatív előjelű állandó hiba terhére írható, de a véletlen játéka is lehet, minthogy az ellenőrző mérések száma csekélyebb, mint a csoportbeli állandó hiba levezetésére használt adatoké, tehát nem mentes az esetlegességtől.

Még egy út kínálkozik a vas-sarúkon és a faalátéteken végzett hossz mérés összehasonlítására az állandó hiba szempontjából. A vas-sarúkon való hossz mérést Budapesten a IV. rendű magaspontok levezetése céljából szükséges alapvonalak mérésénél használták. Ismételten előfordult a sokszögelés alkalmával, hogy az alapvonalak két állandósított végpontja közé útelágazás, telektömb bemérés stb. miatt sokszögpontot kellett beiktatni és ennek következtében az alapvonalon, mint egy két oldalból álló sokszög vonalon újból végigmérték, most már a sokszögelésben alkalmazott hossz mérési eljárással. Ha az eredeti (háromszögelési) hossz mérés állandóhibától valóban mentes, úgy ezeknek a kis sokszög vonalaknak záróhibája 100 m-re vonatkoztatva nem különbözhet a sokszög vonalak nagy számából számított záróhiba (állandó hiba) értékétől. Valóban 14 ilyen kis sokszög vonalból számított állandó hiba + 7,3 mm, ami nem ellenmondás a sokszög vonalak átlagos + 10,2 mm-vel szemben, mert figyelembe kell venni, hogy ezek a magaspont levezetések, tehát ezek a kis sokszög vonalak mindig jó mérőpályán feküdtek.

A léceknek a napi hőmérséklet változásával kapcsolatos hossz ingadozásának tárgyalásakor utaltam arra, hogy ennek a hibaforrásnak a hatása önmagában nem tekinthető át, mert a most tárgyalt hibák a képet lényegesen torzítják. Most alkalom van az ott közölt táblázat adatainak részletesebb vizsgálatára. Mivel az alátétek okozta csúszás a talaj, a mérőpálya minőségétől függ, a 41. oldalon közölt adatokat kisebb csoportokra kell osztanunk a pálya minősége szerint. Ezek a csoportok az alábbiak:

	Sokszögelési csoport	közepes hőmérséklet változ. s	állandó hiba (a) mm/100 m	mérőpálya
I.	E. I.	+3,0	+ 6,9	{ többnyire aszfaltburkolat, kevés kivétellel igen jó mérőpálya, nagyobb részben sík terep
	M.	+3,7	+10,5	
II.	H.	+2,7	+ 6,1	{ jó mérőpálya, részben aszfaltburkolat, fele részben sík, felerészben lejtős terep
	L. I.	+3,8	+12,3	
	K.	+4,3	+13,9	
	J.	+5,3	+ 7,1	
III.	B. I.	+3,5	+13,0	{ részben jó, általában burkolatlan mérőpálya, sík terep
	C. I.	+4,0	+11,6	
	F.	+4,9	+ 9,5	

Az I. és a II. alatt összefoglalt állandóhiba értékek (a J. csoporttól eltekintve) a közepes hőmérsékletkülönbséggel együtt nőnek, kétségtelen azonban, hogy az **a** érték növekedése csak részben ered a hőmérsékletkülönbség növekedéséből, mert pl. $0,7^\circ$ különbség az átlagos hőmérsékletkülönbségben az összes kedvező körülmények (napsütés) figyelembevételével se igen magyarázhat meg az **a**-ban csaknem 4 mm-es növekedést (I.). Ebben az állandó hibát megszabó egyéb tényezők szerepét kell látnunk. Ebből következik az is, hogy az I. és a II. csoport szerint — figyelembe véve az egyéb állandó hibákat is — 4—8, esetleg 10 mm-re lehet becsülni a lécek előrecsúszásából eredő hibát a mérőpálya minősége szerint. A J. csoportbeli **a** értéknek legalább is kétszer akkora kellene lenni, mint a valóban talált érték. Ez az ellenmondás onnan van, hogy ebben a csoportban **hosszú**, kb. 25 cm hosszúságú alátéteket használtak. Láttuk, ezek az előrebillenés szempontjából kedvezőbbek. A III. alatt összefoglalt 3 érték közül ismét az F. csoportbeli az, amelyik lényegesebb ellenmondást mutat. Erre már fentebb is rámutattunk. Sajnos, a mérésről szóló feljegyzéseken magyarázatot nem találunk rá, így oka ki nem deríthető.

Ha a csúszás okozta állandó hiba legvalószínűbb átlagos értékéül 7 mm-t veszünk, úgy az előrecsúszás minden lécfekvésben 0,3 mm. A rövid alátétlemezek említett mérete mellett ilyen értékű elcsúszás létrehozásához elegendő, ha az alátét az ütköztetés után a mérés irányába eső szélén 0,8 mm-t megsüllyed, ahhoz a helyzethez viszonyítva, melyet a hátsó lécsőlvégének leszorításakor elfoglalt. Ez könnyen lehetséges érték, tehát a maga részéről alátámasztja a jelenség lefolyásáról mondottakat.

4. A maradék-darab meghatározása.

A maradék-darab meghatározásának hibája származhat leolvasási hibákból, a 20 és a 2 m-es szalag együttes használatánál illesztési hibából, a szalagnak az egyenesből való kitéréséből, a hőmérsékleti javítás figyelmen kívül hagyásából, a szalag behajlásából, a vetítőtű függőlegességi hibájából (különösen vasszekrénynél, ahol a pontjelzés a mérési pálya szintje alatt van mintegy 30 cm-el), a szalag behajlásából, a szalag-hajlás meghatározásának bizonytalanságából stb. Feltéve, hogy a vetítőtűt igazítva van, a felsorolt okokból keletkező hiba együttesen ± 1 mm-re tehető.

C) Összefoglalás.

A hibaforrásokról mondottak a következőkben foglalhatók össze:

A normálméter állandóinak meghatározásában rejlő és a 4 m hosszú lécsómparálásának 0,036 mm értékű állandó hibáját adó bizonytalanságok csekély értékűek ahhoz, hogy a mért hosszakban megbízhatóan kimutatható szabályos hibára vezessenek. Kivételes hőmérsékleti és mérési viszonyok mellett a normálméter termikus tehetetlensége néhány mm-es állandó hibát okozhat; a télen végzett buda-

pesti mérésekben ebből az okból pozitív előjelű és a 2 mm-t (100 cm-ként) meg nem haladó hiba keletkezhetett.

A gondosan végzett komparálás hibája csekély, egy-egy komparálás alapján a lécs hossza $\pm 0,015$ mm-re lehet hibás, de kevésbé szilárd pad-típus (II.) nem zárja ki $+0,16$ mm nagyságú szabályos hiba keletkezését sem.

A Budapesten alkalmazott eljárásnál a lécs rugalmas alakváltozása szintén szabályos hibaforrás. A hiba pozitív előjelű, de értéke változó lehet (például az ingás szintező műszer részéről átadott terhelés változása következtében).

A hőmérséklet és nedvesség hatása elsősorban véletlen-hibaforrás. A komparálással meghatározott léchossz értéke — akármilyen módon vesszük figyelembe a komparálási javításokat, — a lécs hosszának valódi értékétől különbözik. A számításban használt léchosszúság ebből az okból $\pm 0,07$ — $\pm 0,08$ mm középhibával van terhelve, ami 100 m-en ± 2 mm véletlen hibát jelent. A komparálás időpontjának kedvezőtlen megválasztása miatt ehhez még a napi hossz ingadozás közepes értékének megfelelő — az évszakok és egyéb körülmények szerint, — 1 mm-től esetleg még 10 mm-ig is emelkedő (100 m-ként) állandó hiba járulhat. A mérések nagy tömegéből levezetett állandó hiba természetesen e változó érték átlagát tartalmazza, míg a változó rész a véletlen hibához járul.

A függőlegesben való kigyózás a mérés megfelelő berendezése és a műszerek kellő igazítása mellett nem játszik lényeges szerepet. A lécvégpontok magasságkülönbségét legalább is ± 5 mm középhibával az ingás szintező műszer meghatározza úgy, hogy még meredek vonalon sem haladja meg az ez okból keletkező hiba a ± 2 mm-t.

Méginkább csekély jelentőségű a vízszintes kigyózás. Mindenestre negatív előjelű állandó hibát jelent méréseinkben, ám értéke csak kivételesen lépi túl az 1—1,5 mm-t.

Leglényegesebb hibaforrás a lécek ütköztetésével kapcsolatos. Veszélyes lehet az élek között keletkező rés: a hiányos ütköztetés. Egyetlen terepen léphet csak fel, kiküszöbölésére szolgál a lécvégek alátámasztása, mert csak ez biztosítja, hogy az élek mindig a megfelelő pontban érintkezzenek. A nem elég stabil alátámasztás azonban állandó hibaforrás. A hiba mindig pozitív és a terep szerint változó értékű. Az átlagos érték Budapesten $+7$ mm-re tehető, határértékei $+4$ és $+10$ mm-ben jelölhetők meg.

A hibaforrások közül egyedül a normálméter állandóiban rejlő az, amely mindaddig, míg mérőfelszerelésünket nem cseréljük, ugyanazzal a hosszal arányos értékkel szerepel méréseinkben. A többi hibaforrás, vagy szabálytalan hibát ad (mint például a magasságkülönbség meghatározás szabálytalan hibái), vagy olyan szabályos, a mért hosszal arányos hibát, melynek arányossági tényezője változó, vagy végül olyat, amelynek egyetlen) szabályossága előjelének állandósága, de értéke a mért távolságtól független (például a kigyózás a vízszintesben). A legszámosabb a második csoport. Ide tartozik a komparálás hibája. Amíg ugyanazt vagy ugyanabból a két komparálási javításból képezett javítás értéket használjuk, a javítás hibája a mért távolsággal arányos

hibát okoz, az arányossági tényező a javítás hibája. Más komparálásokkal számított távolságokban a hiba más, esetleg még az előjele is. Ismét más hibaforrásnál az előjel állandóan megmarad, csak az arányossági tényező a változó (pl. a csúszás). Így voltaképp ez a csoport is kétféle hibát foglal össze: az előbbi középértéke zérus, az utóbbié az állandó előjel által megszabott előjelű számérték.

Ha tehát a sokszögvonalak záróhibái alapján állandó hibát számítunk, abban a változó arányossági tényezők átlagos értéke az uralkodó előjellel jelenik meg, az összes változó rész a véletlenhibában egyesül. Innen van az, hogy a táblázatban közölt közép-véletlen hibák lényegesen nagyobbak a közép-szabálytalan hibáknál. A véletlen hiba nagysága tehát a szabályos (állandó) hiba állandóságának mértéke. Ahol nagy a véletlen hiba, ott a szabályos hiba arányossági tényezőjében szélsőséges eltéréseknek kellett lenni. Természetesen, ha azt biztosíthatnók, hogy egy-egy sokszögvonalon belül a szabályos hiba (arányossági tényező) ne változzék, akkor közömbös volna az értékben mutatkozó különbség a hálózat egyes részeiben és így a hálózathoz nyert és e különbség eredményeképp nagy értékű véletlen hiba különösebb értékkel nem bírna. Minthogy azonban a terepalakulatok, a talaj minősége, hőmérsékleti viszonyok stb. miatt a szabályos hiba értéke (arányossági tényezője) ugyanazon sokszögvonalon belül is változik és legfeljebb egy-egy oldal megmérése alatt tekinthető állandónak, a sokszögvonala záróhibájának elosztásakor a szabályos hiba változásai olyan szerephez jutnak, mint az egyes oldalakban (például a maradék lemérésében) elkövetett véletlen hibák, azaz elosztódnak az egész vonalra és ezzel befolyásolják a sokszögoldalok meghatározásának pontosságát. Ebből a szempontból tekintve van jelentősége a véletlen hibának, mértéke mintegy annak, hogy a szomszédos sokszögpontok koordinátáiból számított távolságnak mekkora a megbízhatósága. Ilyen módon tehát a relatív pontmeghatározás megbízhatóságáról nyújt bizonyos mértékben felvilágosítást.

A fentiekben tárgyalt hossz mérési eljárás hibatörvényének tárgyalása kívül esik tanulmányom keretein. A hibák jellegének most bemutatott hármassá tagozódása kapcsán mégis utalnom kell arra, hogy a megfelelő hibatörvénynek ezt a körülményt figyelembe kell vennie, így a fentebbiek alátámasztják annak az összefüggésnek helyességét, amelyet Tárczy Hornoch professzor a bonni alapvonalon végzett kísérleti mérések kritikai tárgyalása során levezetett [23]. Ebben a

$$\mu = kL \pm \sqrt{C^2 L^2 + Z^2 L}$$

alakú kifejezésben L a mért távolság, k a szabályos hibák állandó része, C^2 a változó rész és Z^2 a szabálytalan hiba a hosszegységre vonatkoztatva. A k és C^2 értékek egyebek mellett kifejezésre jutó és erősen hangsúlyozott személyi hiba állandó és változó része esetükben elsősorban a lécek csúszása. Ennek egyirányú volta biztosítja az állandó részt, a léckezelők személyi adottságai (pl. P erő nagysága!) pedig ennek az értéknek változásait. A k , C^2 , Z^2 együtthatók számszerűértékének meghatározása azonban fokozottabb mértékben beleütköznék azokba a nehézségekbe, amelyekkel a fentiekben találkoztunk valahányszor a *qualitativ*

vizsgálatot számszerű adatokkal kívántuk kiegészíteni, és amelyek abban lelik magyarázatukat, hogy a gyakorlati célból végzett mérések jegyzőkönyvei csak kivételesen tartalmaznak olyan, a mérés minden körülményére kiterjeszkedő feljegyzéseket, amelyek *quantitativ* vizsgálathoz nélkülözhetetlenek.

A hibaforrások áttekintése néhány tanulságra hívja fel figyelmünket.

Igy a normálméter termikus tehetetlensége arra figyelmeztet, hogy komparálni mindig ott célszerű, ahol huzamosabb időn át a normálméterek álltak.

A komparátorpadnak kellően merevnek kell lennie, a normálméterek és még inkább a lécek leszorításakor inkább csak a padhoz hozzáfogni szabad a lécet, mint függőleges irányban erősen terhelni. A mérőék beszorítását könnyedén kell végezni, nehogy a padélek elcsúszszanak; helyes eljárás, ha a mérőék nem *megszorul* a pad és a léce, illetve a normálméter között, hanem inkább csak *tapad*.

Az ingás szintező műszert könnyedén kell a lécen tartani, nehogy változó erejű rátámaszkodással a behajlást és ezzel a léce hosszát különböző mértékben változtassuk meg. A közönséges szintezőlécet nagy súlya miatt sohasem szabad a lécre helyezni, mindig csak arra az alátétre, amelyről a lécet már felemeltük.

A komparálási javítás legcélszerűbb figyelembevétele a számtani középvel való számolás. A napi érték egyedül csak másodnaponként végzett komparálásnál ad jobb eredményt. A komparálás időpontja úgy választandó meg, hogy a napi hőmérsékletváltozás szabályos hibára ne vezessen. Ezért célszerű este (délután) komparálni.

A szintező műszer igazítási hibáját a műszer és a hossz mérőléce, illetve a mérési irány viszonylagos helyzetének megváltoztatásával a IV. 2. fejezetben elmondottak szerint ki kell küszöbölni.

A szabatos ütköztetés érdekében alátéteket kell alkalmazni. Sokszögelésre súlyos volta miatt már nem nagyon alkalmas vassarúk jól helyettesíthetők faalátétekkel, de azoknak „hosszúaknak” kell lenni (25–30 cm). Nagyobb vastagsággal a súlyuk növelhető, ami szintén csökkenti a billenés veszélyét. Mivel ugyanakkora elfordulás okozta előrecsúszás vastagabb alátétnél nagyobb, a vastagság célszerűen nem lehet több 5–6 cm-nél.

Mindezeknek a szempontoknak szemelőtt tartásával az állandó és a közép-véletlen hibából a szokásos módon képezett közép-teljes hiba a hossz mérés olyan berendezése mellett, amely nagy kiterjedésű városi sokszöghálózatok gazdaságos mérését teszi lehetővé, feltétlenül kisebb lesz 100 m-ként, mint ± 10 mm, tehát az 1/10000 relatív pontosság biztosan elérhető. Ha pedig háromszögelési pontok meghatározása végett kisebb terjedelmű, de „nagy szabatoságú” hossz mérést kell végezni, úgy a súlyos vassarúk alkalmazásával a szabályos hiba csaknem teljesen kizárható és ekkor a relatív pontosság 1/50000-ig fokozható.

Budapest, 1942 április hó.

Források.

1. *Abendroth*: Zur Genauigkeitsfrage einfacher Lattenmessung. (Zeitschrift für Vermessungswesen 1899.)
2. *M. ten Bosch*: Die Wärmeübertragung. Berlin 1936.
3. *Fischer*: Grundlagen zur Berechnung der Erwärmung von Drähten und Stäben... (Zeitschr. f. technischen Physik. 1938.)
4. *Gerke*: Die Polygonisierung bei der Stadtvermessung Altenburg. (Zeitschr. f. Verm. 1888.)
5. *Dr. Guóth B.*: Budapest elsőrendű színtezése. (Geodéziai Közlöny 1941.)
6. *Happach*: Warum Lattenmessung bei Polygonseiten? (Allgemeine Verm. Nachrichten 1935.)
7. *Händel*: Die Vermessung der Stadt Leipzig. (Zeitschr. f. Verm. 1895.)
8. *v. Hoegh*: Die Neuvermessung der Stadt Berlin. (Zeitschr. f. Verm. 1891.)
9. *Hütte*: Des Ingenieurs Taschenbuch. 1923 és 1932.
10. *Jordan*: Genauigkeits-verhältnisse der Polygonzugmessung. (Zeitschr. f. Verm. 1888.)
11. *Jordan*: Handbuch der Vermessungskunde. I—III.
12. *Klasmer*: Die Fehlergesetze der Längenmessung. (Zeitschr. f. Verm. 1927—1928.)
13. *Kürti V.*: Az ingás színtező műszer használat hosszmeréseiben. (Geod. Közlöny 1937.)
14. *Landolt—Börnstein*: Physikalisch-Chemische Tabellen.
15. *Lüdemann*: Die Längenänderung hölzerner Mess- und Nivellier latten. (Zeitschr. f. Verm. 1912.)
16. *Ottay K.*: Geodézia I—IV. 1919.
17. *Petzold*: Die Goulier'schen Untersuchungen der durch Feuchtigkeit und Wärme verursachten Längenänderungen von Holzstäben. (Z. f. Verm. 1902.)
18. *Rodenbusch*: Mitteilungen ü. die Genauigkeit der Polygonaufnahme in der Vororten der Stadt Strassburg i. E. (Zeitschr. f. Verm. 1893.)
19. *Rodenbusch*: Die Neuvermessung der Stadt Strassburg. (Zeitschr. f. Verm. 1912.)
20. *Schmidt*: Neumessung der Stadt Wiesbaden. (Zeitschr. f. Verm. 1908.)
21. *Szily K.*: Mechanika, Szilárdságtan. (III.)
22. *Homoródi L.*: Budapest új sokszögelésének hosszmeréseiben elért pontosság. (Geod. Közl. 1942.)
23. *Tárczy—Hornoch A.*: Eine neuerliche fehlertheoretische Untersuchung der Erg. der Bonner Nachmessung. (A soproni Bánya és Erdőmérnöki Főisk. Közl. 1930.)
24. *Trájer I.*: A kecskeméti háromszöghálózat alapvonalának megmérése. (Geod. Közl. 1928.)

Válasz dr. Tárczy-Hornoch Antal úr megjegyzéseire.

Dr. Haáz István Béla.

Dr. Tárczy-Hornoch Antal szerint* a normál egyenletek közép érték-képzéses megoldásra vonatkozó *Jacobi*-féle tételt tárgyaló két tanulmányom „azt a látszatot keltheti; mintha a *Jacobi*-féle tételt a geodézia művelői nem ismerték volna” és második tanulmányom befejező megállapítására való tekintettel szükségesnek tartotta kimutatni, hogy „*Jacobi* fent-

* A *Jacobi*-féle középértékképzésre vonatkozó tétel geodéziai alkalmazásáról. Geodéziai Közlöny XIX. évf. (1943), 3. füzet, 95—97. old.

említett tétele a geodéziában nemcsak hogy ismeretes, hanem azt adandó alkalommal fel is használták“. Egyébként tanulmányaim érdemi részével nem foglalkozik és fejtegetései végén meg is említi, hogy sorai „kizárólag a geodéták védelmében íródtak“.

Sietek kijelenteni, hogy én viszont a geodétákat nem támadtam meg. Tanulmányom lényege nem is a Jacobi-féle tétel jelentőségének megállapítása volt, hanem a normális egyenletrendszer *ellent nem mondó* voltának kimutatása és Jacobi tételének a normális egyenletrendszer *határozatlansága* esetén is érvényes általánosítása.

Ugyanis Jacobi csak arra az esetre állapította meg tételét, amidőn a normális egyenletekből álló elsőfokú egyenletrendszernek csak *egyetlen* megoldása van. Azonban az elsőfokú egyenletrendszernek az egyetlen megoldás létezése csak egyik különleges esete. Általánosabb esetben az elsőfokú egyenletrendszernek vagy *végtelen sok megoldása* van, vagy pedig *nincs megoldása*; az első esetben a rendszert *határozatlannak*, a második esetben *ellentmondónak* nevezik. Mindkét esetet a gyakorlati alkalmazások szempontjából használhatatlannak tekintik és vagy egyáltalán nem veszik figyelembe, vagy éppen kizárják a tárgyalások és természetesen az alkalmazások köréből is. Közelebbi vizsgálat nélkül azt lehet gondolni, hogy a normális egyenletek körében is ez a 3 lehetőség áll fenn. Jacobi is ezt hihette, mert az ellentmondás és a határozatlanság esetét tárgyalásaiból ő is kizárta.

Két tanulmányomban éppen ezeknek az eseteknek a vizsgálatával foglalkoztam. Az első közleményben* kimutattam, hogy *a normális egyenletek rendszere ellentmondó nem lehet*, azután rámutattam arra, hogy a határozatlanság nem kizárandó, hanem szintén figyelembe veendő, gyakorlatilag is fontos lehetőség és megállapítottam a *Jacobi-féle tételnek e határozatlanság esetén is érvényes általánosítását*. A második közleményben** a normális egyenletrendszer *ellent nem mondó* voltát és a Jacobi-féle tételnek a normális egyenletrendszer határozatlansága esetén is érvényes általánosítását *különböző súlyú feltételi egyenletek* esetére is megállapítottam.

Befejezésül a *Jacobi-féle tétel elméleti és gyakorlati jelentőségét* méltattam, ami a Jacobi-féle tételt tárgyaló tanulmányban nyilván helyénvaló. De nem tekinthető feleslegesnek ez a méltatás a geodéták számára sem, mert ha vannak is geodéták, akik Jacobi tételét és jelentőségét ismerik, ez az ismeret általánosnak még sem tekinthető, hiszen azt, hogy „Jacobi szóbanforgó tételéről a geodéziában kevesebb szó esik“, fejtegetései során Tárczy-Hornoch is megállapította.

1943. dec. 29.

* Geod. Közl. XVIII. évf. (1942), 3. füz. 111—117. old.

** Geod. Közl. XIX. évf. (1943), 2. füz. 68—71. old.

KLIPP ALAJOS †

Megrendült lélekkel vettük tudomásul, hogy *Klipp Alajos* m. kir. műszaki főtanácsos, — nincs többé az élők sorában. Váratlan halálával egy nemes lélek munkában kivételesen gazdag élete után tett pontot a Gondviselés kifürkészhetetlen és megmászhatatlan akarata.

Vázlatos vonásokkal lelki szemeink elé idézzük a Megboldogult élete folyását és munkálkodását.

1886-ban született Pozsonyban. 1904-ben lépett az Állami Földmérés szolgálatába. A szombathelyi földmérési felügyelőségénél töltött néhány év után már 1911-ben Budapestre került a m. kir. Háromszögélő Hivatalhoz. Itt is hamarosan kitűnik átlagon felüli képességeivel s ennél fogva már 1914-ben a földrajzi helymeghatározásokat végző osztályhoz nyert beosztást. A világháború kitörése azonban ezt a munkát megakasztja s így őt a veszprémi 31-ik honvéd-gyalogezred kötelékében hamarosan az orosz harctéren találjuk. Súlyos sebesüléséből felépülve, mint főhadnagy és századparancsnok újra a fronton küzd, míg az 1916. évi nagy orosz offenzíva idején egész ezredével együtt fogságba kerül.

Hogy mint katona is megállta a helyét, bizonyítják kitüntetései: a III. osztályú katonai érdemkereszt, „Signum laudis“ a kardokkal, Károly-csapatkereszt, sebesülési érem és a német II. osztályú vaskereszt. 1937-ben címzetes századossá lépett elő.

Hányt-vetett szibériai fogsága idején is hivatásának igyekszik élni: két másik (vérbeli geodéta)-kartársával együtt maguk-gyártotta műszerekkel geodéziai méréseket (sőt földrajzi helymeghatározásokat) végeznek és szabályszerű földmérési térképet szerkesztenek. Hónapokon át francia nyelvű asztronómiai műveket tanulmányoz. Érdeklődő hadifogolytársainak esténként a szabadban a csillagos ég rejtelméről tart előadásokat. De változik a helyzet, megélhetéséről is gondoskodnia kell. Ekkor többek között hasznát veszi közismert zenei készségének is, s egy hadifogoly-zenekarban mint fuvalás és klarinétos működik. Az 1919-es év végén politikai túszként börtönbe kerül Szentpétervárott s ezeitől, főleg az éhínség folytán sok szenvedésben van része, míg végre 1922-ben csereakció révén mégis hazakerült.

Visszatérése után megszakítás nélkül mindvégig a m. kir. Háromszögélő Hivatalnál teljesít szolgálatot. Az Állami Földmérés keretében nincsen a geodéziának olyan ága, amelyben hasznos munkát ne végzett volna. Sokszögélés, alsó- és felsőrendű háromszögélés, városmérés, gúlaépítés, szabatos szintezés, alapvonalmérés egyaránt szerepel munkái között.

Kivételes nyelvérzéke képesítette a külföldi szakirodalom beható tanulmányozására: németül, angolul, franciául, oroszul, románul írt és beszélt, de szlovák, spanyol, olasz szövegfordítás sem hozta zavarba.

Részben ezzel is függött össze, hogy 1922-től kezdődőleg résztvett a trianoni magyar-csehszlovák határ háromszögélési és felmérési munkálataiban. Sőt azóta is, a legújabb időkig ismételtlen utazik Bécsbe, Prágába, főleg pedig Pozsonyba az új határkielöléssel kapcsolatos felmérési térképek és rokontermészetű okmányok kicserélése ügyében. Közreműködésének köszönhető, hogy a csehszlovák állam által annakidején le-

foglalt, nagyértéket képviselő bázismérő invardrótfelszerelés Prágából visszakerült a Háromszögélő Hivatal jogos tulajdonába.

Az 1928. évben egyik kartársával együtt a m. kir. pénzügyminisztérium megbízásából kéthónapos németországi és bécsi tanulmányon vett részt az ottani felsőgeodéziai intézmények és munkálatok tanulmányozása céljából. Az erre vonatkozó nyomatos „Beszámoló jelentés“-nek ő írta a szintezésre és városmérésekre vonatkozó részét. Hasonlóképpen résztvett a „Földrajzi helymeghatározások“ című, hivatalos utasításszerű nyomatos kiadvány összeállításában, amelynek első általános elméleti részét, később pedig a rádió telegrafikus úton való földrajzi hosszúságmérés, valamint a sarkmagasságmérés Horrebow—Talcott-féle módszerének végrehajtására vonatkozó részét — a kartársával együtt gyűjtött külföldi adatok alapján — ő írta.

A háború folyán 1914. évben megakadt, de 1927. évben a Háromszögélő Hivatal által újra megindított földrajzi helymeghatározási munkálatokba ismét bekapcsolódik és ezeket a méréseket 1930-tól kezdve már ő vezeti egészen 1943. őszéig bezárólag. Ebben az időközben több fiatalabb kartársa neki köszönheti az e tárgyban való beható gyakorlati kiképzését. Több éven át hivatalos előadója e tárgynak. Pályafutása alatt a magyar elsőrendű háromszöghálózat húsz pontján végzett azimut- és sarkmagasságméréseket, ezek között hat pontnak, továbbá a a svábhegyi csillagvizsgáló passage-pillérének földrajzi hosszúságát is meghatározta rádiótelegrafikus úton.

Különösen ebben a munkakörben beosztott kartársai ismételtlen megcsodálták páratlan, az éjt is nappallá tevő munkabírást.

Szaktudását, sokoldalú képességeit csak a szerénysége múlta felül. Csöndben, szótlanul végezte munkáját, tudatosan tartózkodott minden feltűnéstől, s még akkor is a háttérben maradt, mikor az eredményekre méltán hivatkozhatott volna. Ennek tudható be az is, hogy az említett hivatalos kiadványokon kívül csak két szaktanulmányát ismerjük.

1. Klipp Alajos és Májay Péter: Veszprém város sokszögelése. (Geodéziai Közlöny, 1927.)

2. A. Klipp: Die geographische Länge der Sternwarte. (A svábhegyi csillagvizsgáló intézet közleményei, 1941.)

Csak hivatásának és családjának élt. Minden vágya és öröme az volt, hogy munkája végeztével teljes szabadidejét Albertfalván kis családjá körében tölthesse. Egy tollvonást, egy percet sem áldozott azonban arra, hogy önmagát egyénileg ismertté tegye. Ennek megfelelően sorsában megismerésítője az „ismeretlen köztisztviselőnek“, aki távol a nyilvánosság zajától, lelkiismeretesen, némán, zokszó nélkül végzi hivatását, kartársai szűk körén túl alig ismerve, elismerést nem is keresve, hullócsillag módjára, váratlanul és hangtalanul tűnik el a végtelen világűrben.

M.

Kérelem előfizetőinkhez!

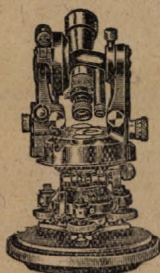
Az előfizetők kis száma és a bekövetkezett nagy drágulás miatt a Közlöny kiadása egyre nagyobb nehézséggel jár. Tisztelettel kérjük előfizetőinket, hogy a minden köszönetet kiérdemlő támogatásukon felül legyenek szívesek újabb előfizetők gyűjtésével is segítségünkre jönni. A hazai geodéziai tudomány fejlesztése érdekében vállaljuk a Közlöny kiadásának és szerkesztésének kockázatos és fárasztó munkáját s nagyon szomorú volna, ha a geodéziával foglalkozók közönye miatt vállalkozásunkkal fel kellene hagyni. Kérjük előfizetőinket, terjesszék a Közlönyt ismerőseik körében, továbbá igyekezzenek rábírní a könyvtárral rendelkező intézményeket, hogy a Közlönyt járassák.

A szerkesztőség.

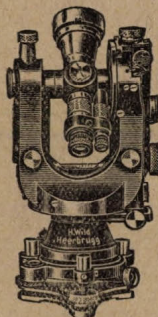
WILD teodolit sorozata

Leolvasási pontosság 360°-os körosztásnál:

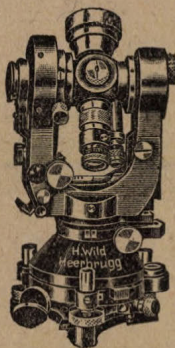
Tájolós teodolit	T0	1'	Egyetemes teodolit	T2	1"
Ismétlő teodolit	T1	6"	Precíziós teodolit	T3	0.2"



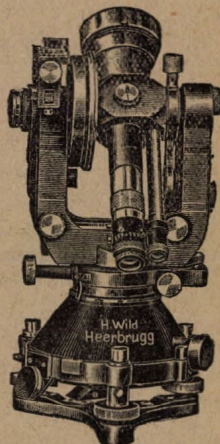
T₀



T₁



T₂



T₃

A WILD MŰVEK Heerbrugg (Schweiz)
„minden feladathoz a megfelelő műszert“

jelszóval állította össze ezt a négy műszerből álló sorozatát, mely hosszú gyakorlati és elméleti kísérletek eredménye.

Tökéletes pontosság, egyszerű kivitel és kezelés jellemzik a világhírű **WILD** műszereket.

Vezérképviselet:

„GAMMA“ FINOMMECHANIKAI
 GYÁRTMÁNYOK AT
 ÁRUSÍTÓ K. F. T. BUDAPEST.

Székház:
 IX., KÖZRAKTÁR-U. A./2.

Mérnöki szaküzlet:
 IV., APPONYI-TÉR 1.



MAGYAR OPTIKAI MŰVEK RÉSZVÉNYTÁRSASÁG

BUDAPEST, XII., CSÖRSZ-UTCA 35-43.

Sürgőnycím: „MOMER“

TELEFON 150-065*, 150-045*.

TEODOLITOK

*

EGYETEMES MŰSZEREK

*

TAHIMÉTEREK

*

FELRAKÓK

*

MÉRCÉK ÉS MÉRŐSZALAGOK

*

MÉRNÖKI FELSZERELÉSEK

*

LÁTCSÖVEK

